

マクロ及び経済学 解答

問題 I の解答

1. 生産物市場の需給均衡式より, $Y = 0.6Y + [130 - 2r] + 80$. 整理して

$0.4Y = 210 - 2r$. 貨幣市場の需給均衡式より, $\frac{200}{P} = 0.1Y + [160 - 2r]$. 以上の 2

式から r を消去して, 以下の総需要曲線の式 $P = \frac{400}{Y - 100}$ を得る.

2. (1) (c)式を(d)式に代入し整理すると, $P = 1.2w$ を得る. 前期についても同様な計算を行い, $P_{-1} = 1.2w_{-1}$ を得る.

(2) $Y = L$, $Y_F = L_F$ を(b)式に代入し, $u = \frac{Y_F - Y}{Y_F}$ 。

(3) $P = 1.2w$, $P_{-1} = 1.2w_{-1}$, $u = \frac{Y_F - Y}{Y_F}$ 、および $u^* = 0$ を(a)式に代入し,

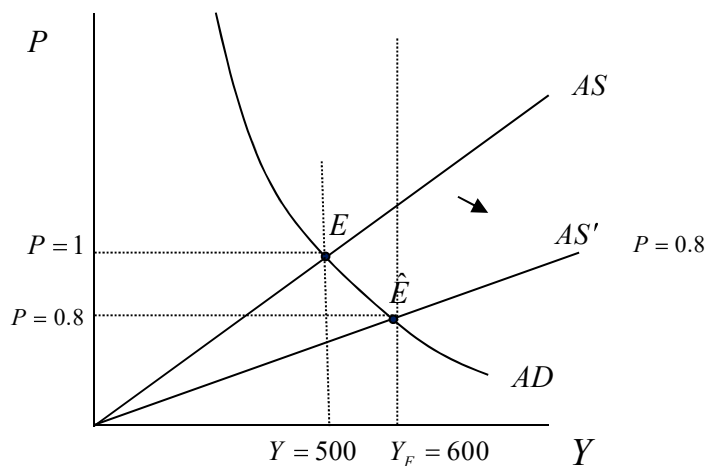
$$\frac{P - P_{-1}}{P_{-1}} = -\frac{Y_F - Y}{Y_F}. \quad \text{整理して, } P = P_{-1} \left[1 + (1/Y_F)(Y - Y_F) \right].$$

(4) $P_{-1} = 2.4$ と $Y_F = 600$ を(e)式に代入し, 総供給曲線は $P = \frac{1}{500}Y$.

3. $Y = 500$, $P = 1$

4. $P = \frac{400}{Y_F - 100} = \frac{400}{600 - 100} = 0.8$ 総供給曲線は AS' : $P = \frac{1}{750}Y$

5.



問題Ⅱの解答

1. $P = 100 - Q$

$\max \pi^i = (100 - Q^A - Q^B - c^i)Q^i \quad (i = A, B)$

foc $100 - Q^j - c^i - 2Q^i = 0$

$\Rightarrow Q^i \equiv BR(Q^j) = (100 - Q^j - c^i)/2$

2. $3Q^B = (100 + 10 - 60) = 50$

$Q^{B*} = 50/3$

$Q^{A*} = (300 - 50 - 30)/6 = 220/6 = 110/3$

% $Q^{B*} = 50/(110+50) = 5/16 = 31.25\%$

3. $\pi^B = (Q^{B*})^2 = 250/9 = F^B$

社会経済学 Social Economy
(政治経済学 Political Economy)

出題の趣旨

問題 I

社会経済学（政治経済学）では、信用制度（金融制度）は、社会的再生産を補完する役割を担うものと位置づけられている。その業務の例として、手形・小切手を利用した売買である商業信用（企業間信用）、手形割引および短期貸付、銀行券発行、預金収集と金融仲介、信用創造などがあげられるが、これらは、社会的な資金配分を調整し、社会的な需要を満たす供給を可能にする資本配分を実現する役割を担うとされるのである。

解答にあたっては、ここに例示したものすべてについて説明する必要はない。また、これらに長期信用や証券市場などを加えても可とする。いずれにせよ、信用制度（金融制度）が、社会的な資金配分の調整機構として機能すること、利潤率の均等化などを補完しつつ資本主義経済の社会的再生産に寄与するものであることを理解しているかどうかを判定する。

The function of credit system is considered as complementary to the social reproduction in capitalist economy, that is, credit system complements the social allocation of money capital to maintain equilibria in the social reproduction. Credit activities, for example, commercial credit, bill discounting, loan, banknote issuing, bank deposit, credit creation, etc., function as social equipment to allocate money capital for social reproduction.

The answer, given by the use of examples above, is assessed from the degree of understanding of functions of credit system for the capitalist social reproduction.

問題Ⅱ

マルクスの価値形態論の理論内容とその経済学的な意義を正しく理解しているかを問う問題である。

まず、価値形態の展開（１）簡単な価値形態、２）拡大された価値形態、３）一般的価値形態、４）貨幣形態）、商品の価値と使用価値の関係、商品所有者の位置づけ、２）から３）への移行の論理が正しく理解されているかが問われる。

次に、その経済学的意義については、価値形態論が a) 市場経済における貨幣生成の必然性を明らかにする、b) 商品価格は商品一単位にたいする貨幣の数量として表されるような、価値表現の特殊形式である、c) 物々交換ではなく商品と貨幣の交換（購買ないし販売）が行われる市場での貨幣機能を理解するための前提となる、等を説明する必要がある。

経済思想 出題の趣旨・解答例

問題 I

経済思想史に関する基本的な知識を問う問題である。「見えざる手」の学説は、アダム・スミスの議論の中でも、最も有名なものの一つであり、その後の経済思想に大きな影響を与えたものである。「見えざる手」の学説は、『国富論』においては、第4編の重商主義批判に関連して登場する。スミスはここで、市場メカニズムの意義を強調するとともに、経済過程を管理しようとする政府の能力の限界を指摘した。また、自然的自由の体系においては、正義の法を犯さない限り、自分自身のやり方で利益を追求することが許されるとして、道徳・法と経済との間に深い関係があることを示した。本設問においては、経済思想史上の重要人物であるアダム・スミスについて、その経済学説の特徴を理解しているかどうかを問われている。

This is a question about fundamental knowledge in the history of economic thought. The doctrine of “invisible hand” is one of the most famous arguments of Adam Smith. It has given great influence on subsequent economic thought. The doctrine of “invisible hand” appeared with relation to critique of mercantilism in Book IV of *The Wealth of Nations*, where Smith emphasized the significance of market mechanism and indicated the limitations of governmental ability to control economic processes. Furthermore, in the system of natural liberty ‘every man, as long as he does not violate the laws of justice, is left perfectly free to pursue his own interest his own way.’ Thus Smith suggested a close relationship of moral, legal and economic aspects of social life. This question examines whether applicants realize doctoral characteristics of Adam Smith, an important figure of the history of economic thought.

問題Ⅱ

現代の経済思想における、基本的な知識を問う問題である。F.A.ハイエクは、ケインズやシュンペーターと並んで、20世紀を代表する経済学者・思想家である。その貢献は多岐に及ぶが、とりわけ、社会主義経済に対する批判、ケインズ的なマクロ政策への批判、自生的秩序の思想などが重要である。こうした貢献について、一定の知識を身に着けているかどうか問われている。

This question asks basic knowledge on Hayek's contributions to the contemporary economic thoughts. F.A. Hayek is a well-known thinker of economics and economic thought as well as J. M. Keynes or J. A. Schumpeter. His contributions are wide-ranged but most important topics are his criticism on socialism, his criticism on Keynesian macro-economic policy, his systematic theory of spontaneous order and so on. This question requires applicants to reveal their understanding on these issues.

経済史

出題の趣旨・解答例

問題 I.

中世ヨーロッパを事例とする回答は後述のキーワードを含むべきだ。中世経済の危機をもって結論できればより理想的である。中世日本・アジアの事例も同等に評価する。農業については、領主制、荘園制、三圃制、重量有輪鋤、現物地代、賦役から貨幣地代へ。商業については、中世自治都市、ギルド、ハンザ同盟、バルト海貿易、東方貿易、地中海貿易、シャンパーニュの大市、銀行・信用・貨幣など。

問題 II.

18 世紀、ジェームズ・ワットは実用的な蒸気機関を発明し、その燃料として石炭が使われた。そのため、主な動力源は従来の人力、水力、薪などから石炭へと変化した。そして石炭が豊富にあったイギリスにおいて産業革命が開始した。20 世紀に入ると、高いエネルギー効率と多面的な利用価値を持つ石油が、石炭に代わって急速に利用されるようになった。戦後、安価な石油は日本の高度経済成長を支えたが、2 度の石油危機で石油価格が上昇すると、資源の有限性が強く意識されるようになった。

問題 III.

1955 年のバンドン会議において、アジア・アフリカ諸国は平和十原則を宣言し、東西両陣営に属さない第三世界の存在を確立した。1960 年代から 70 年代にかけて、中国はアフリカに対する経済支援を積極的に行った。代表的な例として、タンザニアとザンビアを結ぶタンザン鉄道(タザラ鉄道)の建設援助が挙げられる。これにより中国は途上国の盟主という地位を確立し、国連加盟に向けてアフリカ諸国の支持を獲得した。

問題 IV.

回答は異なる時代または仮説をできるだけ幅広く検討すべきである。時代・地域を比較できるとな望ましい。マルサスの罠、「長期の 16 世紀」のヨーロッパ、オランダとプロテスタント移民、プロト工業化、ケンブリッジ学派人口史(経済状況に応じた人口調整)、商業発展と都市化(中世西欧、日本)、工業化と労働力不足 (アメリカ)、工業化と都市化(イギリス)、貧困と都市化(途上国)、帝国主義と国際移民など。

Economic History **Examples of answer**

Question I.

The case of medieval Europe should include the following keywords. On the agriculture, lord system, manorial system, three-course crop rotation, heavy wheeled plow, rent in kind, from labor services to money rent, etc. On the commerce, medieval cities, guild or trade association, the Hanseatic League, the Eastern trade, the Baltic Sea trade, the Mediterranean trade, the fairs of Champagne, bank, credit and money. It is more ideal to conclude with an examination on the crisis of the medieval economy. Japanese and Asian cases are equally evaluated.

Question II.

In the 18th century, James Watt invented a practical steam engine, of which coal was used as the fuel. In this way, coal took the place of conventional human power, waterpower and firewood as the main power source. And the Industrial Revolution was started in England, where coal deposit was

abundant. In the 20th century, coal were quickly replaced by oil, which has a high energy efficiency and a multifaceted utility value. After the World War II, the low price of oil supported the rapid economic growth in Japan. However, we became keen on the finiteness of this resource when two oil crises raised the price of oil.

Question III.

In the Bandung Conference of 1955, Asian and African countries declared the Ten Principles. They defined the position of the Third World, which is independent both from the West and the East. From 1960s to 1970s, China was eager to offer financial support to Africa. The construction of the Tanzam (or Tazara) Railway, which links Zambia and Tanzania, should be a typical example. In this way, China has established a position as the leader of developing countries, which got support from African countries for its admission to the United Nations.

Question IV.

The answer should examine different periods or regions as broadly as possible. A logical comparison is highly evaluated. It could include the following keywords: the Malthusian trap, “Europe’s second logistics” around the 16th century, the Netherlands and Protestant immigrants, proto-industrialization, the Cambridge School of demography (demographic adjustment based on the economic situation), commercial development and urbanization (medieval Western Europe and Japan), industrialization and urbanization (England), industrialization and labor shortages (USA), poverty and urbanization (developing countries), Imperialism and international immigration, etc.

統計学

解答例

問題 I

Question II

1. From the formula of integral by parts,

$$[ye^{-y/\theta}]_0^\infty = \int_0^\infty e^{-y/\theta} dy - \int_0^\infty ye^{-y/\theta} / \theta dy, \quad [y^2 e^{-y/\theta}]_0^\infty = \int_0^\infty 2ye^{-y/\theta} dy - \int_0^\infty y^2 e^{-y/\theta} / \theta dy.$$

Using these results,

$$\int_0^\infty yf(y)dy = \int_0^\infty ye^{-y/\theta} / \theta dy = \int_0^\infty e^{-y/\theta} dy - [ye^{-y/\theta}]_0^\infty = [-\theta e^{-y/\theta}]_0^\infty - 0 = \theta$$

$$\int_0^\infty y^2 f(y)dy = \int_0^\infty y^2 e^{-y/\theta} / \theta dy = \theta \int_0^\infty 2ye^{-y/\theta} / \theta dy - [y^2 e^{-y/\theta}]_0^\infty = 2\theta^2.$$

Therefore we have

$$E[Y] = \theta, \quad V[Y] = E[Y^2] - \{E[Y]\}^2 = \theta^2.$$

2. The log-likelihood function and the score function are,

$$\log L(\theta) = -n \log \theta - \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{\theta}, \quad \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{-n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{\theta^2}.$$

Therefore the maximum likelihood estimator is,

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i.$$

3. Since Y_1, Y_2, \dots, Y_n are independently, identically distributed random variables,

$$E[\hat{\theta}] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E[Y_i] = \theta.$$

4. As for the variance of the MLE,

$$V[\hat{\theta}] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n V[Y_i] = \frac{\theta^2}{n}$$

5. Using Chebyshev inequality and set $k \equiv \varepsilon / \sqrt{V[\hat{\theta}]}$

$$\Pr\left[|\hat{\theta} - E[\hat{\theta}]| \geq k\sqrt{V[\hat{\theta}]}\right] \leq \frac{1}{k^2} \Leftrightarrow \Pr\left[|\hat{\theta} - \theta| \geq \varepsilon\right] \leq \frac{V[\hat{\theta}]}{\varepsilon^2} = \frac{\theta^2}{n\varepsilon^2}$$

Therefore the right-hand side of the inequality converges to zero as n goes to infinity.

6. Define an arbitrary linear estimator of θ as $\tilde{\theta} = \sum_{i=1}^n a_i Y_i$. In order to be

unbiased, it is necessary that $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ (since $E[\tilde{\theta}] = \sum_{i=1}^n a_i E[Y_i] = \theta \sum_{i=1}^n a_i$).

The variance of $\tilde{\theta}$ is give as

$$V[\tilde{\theta}] = \sum_{i=1}^n a_i^2 V[Y_i] = \theta^2 \sum_{i=1}^n a_i^2.$$

Now the problem is reduced to find the set of coefficients a_i that minimizes

$\sum_{i=1}^n a_i^2$ given the restriction $\sum_{i=1}^n a_i = 1$. The solution is $a_i = 1/n$ ($i = 1, 2, \dots, n$), and,

then, the linear unbiased estimator with the optimal coefficients is coincident with the maximum likelihood estimator $\hat{\theta}$

経営学
出題の趣旨・解答例

問題Ⅰ

本問題はマーケティングにおける2つの異なる考え方について、その知識を問う内容となっている。戦略的マーケティング論とは市場を調査し、分析し、その分析結果に基づいて、製品を差別化するマーケティング行動を対象とするマーケティング理論である。一方、関係性マーケティング論とは、顧客との相互作用を前提として、製品の差別化を目的として行われるマーケティング行動を対象とするマーケティング理論である。製品差別化について、これら2つのマーケティング論の違いを問うことにより、マーケティングの基本概念についての理解、および2つのマーケティング理論と既存概念との関係の理解を評価する。

問題Ⅱ

本問は組織研究分野の基礎的な概念の理解度を問う内容である。本問により、①それぞれの概念に関する理解の正確性、②修士課程での研究遂行に求められる学術的な概念を用いた思考の力量の2点を評価可能である。組織成員の行動を直接に統制する手段に、各成員の行動について公的な規程を用意する「公式化」がある。他方、組織成員たちに共有されている意味の体系である「組織文化」には、組織成員の価値観や思考様式を整えて、組織成員の行動を統制していく作用が認められている。組織成員の行動を統制する機能に注目し、2つの概念の相互関係を同定する推論の展開を評価する。

The aim of this question is to check applicants' knowledge in organization studies. Behavior formalization is seen as a fundamental mechanism for regulating behavior of members within an organization. Organizational culture, a system of shared meanings and values held by members in an organization, can guide members in the same direction and help them in regulating their behavior. Applicant's ability to make a reasonable inference about the relationship between two academic concepts can be assessed.

会計学

出題の趣旨・解答例

問題Ⅰ

公表される会計情報の有用性を損なわない範囲において会計処理と貸借対照表や損益計算書の表示の両面で理論的に厳密な会計処理や表示方法によらず、実務上の経済性と理解可能性、情報の詳細性と概観性のバランスの観点から簡便な処理と要約的な表示を認める原則である。上記の有用性を損なわない範囲とは情報利用者の意思決定に影響を及ぼさない限りということであり、項目の重要性と金額の重要性からなる。わが国では企業会計原則の注解1で言及されてきており、財務諸表規則でも重要性の判断基準が示されている。この問題では、上記に挙げた重要性の原則の具体的な適用領域、内容及び許容理由が問の中心である。

問題Ⅱ

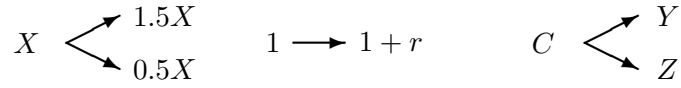
本問は、原価企画が出現した理由に関して問うている。コストの多くは生産段階で発生するが、現代の生産技術を前提とすると、発生するコストは製品の企画・設計段階でその大部分が決定してしまう。したがって、製造段階を対象とした標準原価計算はその有用性を低下させており、商品の企画・設計段階での管理（源流管理）が重要となる。製造環境の変化から、統制対象が製造段階からより上流の製品の企画・設計段階に変化してきた点を指摘し、原価企画の特徴を説明することが求められる。

Although many of the costs occur at the manufacturing process, these costs are decided at the R&D and design process. Based on modern industrial technology, target costing is the useful tool because the usefulness of standard costing go down. To manage cost well, the objective of control moved from downstream to upstream. Upstream management has become the key factor on target costing.

(オペレーションズ・リサーチ)

解答例

問題 I 任意の 1 期間だけに注目した二項モデル



複製ポートフォリオ

$$\begin{cases} 1.5X\Delta + (1+r)B = Y, \\ 0.5X\Delta + (1+r)B = Z, \end{cases}
 \quad
 \Delta = \frac{Y-Z}{X},
 \quad
 B = -\frac{0.5Y - 1.5Z}{1+r}$$

無裁定条件

$$C = X\Delta + B = Y - Z - \frac{0.5Y - 1.5Z}{1+r} = \frac{(0.5+r)Y + (0.5-r)Z}{1+r}$$

(1) 株価とコールオプションの価格変動



$Y = 20, Z = 0, r = 0.1$ より,

$$C_0 = \frac{(0.5 + 0.1) \times 20}{1.1} = 10.91$$

(2) 株価とコールオプションの価格変動



各時点の Δ, B, C をまとめると,

	0	u	d
S	40	60	20
Δ	0.682	0.833	0
B	-12.40	-22.727	0
C	14.88	27.273	0

ダイナミックヘッジ

- 現時点

- 株式 0.682 単位購入
- 満期 1 期間の国債 12.4 単位借り入れ
- キャッシュフロー： $-40 \times 0.682 + 12.4 = -14.88$ （コールショートで相殺）

- 1 期間後 u のリバランス

- 株式 $(0.833 - 0.682)$ 単位購入
- 国債 12.4 単位の元利合計償還
- 満期 1 期間の国債 22.727 単位借り入れ
- キャッシュフロー： $-60 \times (0.833 - 0.682) - 12.4 \times 1.1 + 22.727 \doteq 0$

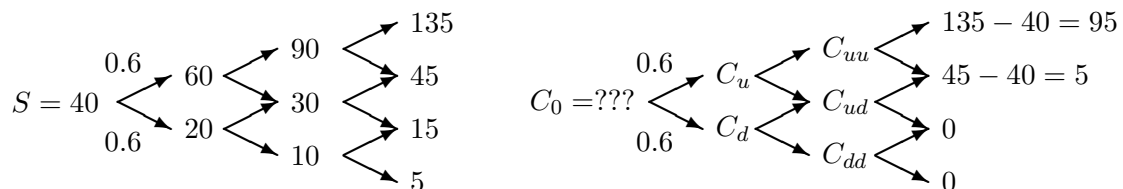
- 1 期間後 d のリバランス

- 株式 0.682 単位売却
- 国債 12.4 単位の元利合計償還
- キャッシュフロー： $20 \times 0.682 - 12.4 \times 1.1 = 0$

(3) リスク中立確率

$$p^* = \frac{1 + r - d}{u - d} = 0.5 + r = 0.6$$

株価とコールオプションの価格変動



$$C_0 = \frac{\mathbb{E}^*[C_3]}{(1+r)^3} = \frac{0.6^3 \times 95 + 3 \times 0.6^2 \times 0.4 \times 5}{1.1^3} = 17.04$$

Question I Binomial model for any one period

$$X \begin{cases} \nearrow 1.5X \\ \searrow 0.5X \end{cases} \quad 1 \longrightarrow 1+r \quad C \begin{cases} \nearrow Y \\ \searrow Z \end{cases}$$

Replication Portfolio

$$\begin{cases} 1.5X\Delta + (1+r)B = Y, \\ 0.5X\Delta + (1+r)B = Z, \end{cases} \quad \Delta = \frac{Y-Z}{X}, \quad B = -\frac{0.5Y - 1.5Z}{1+r}$$

No-arbitrage condition

$$C = X\Delta + B = Y - Z - \frac{0.5Y - 1.5Z}{1+r} = \frac{(0.5+r)Y + (0.5-r)Z}{1+r}$$

(1) Change of stock price and call option premium

$$S = 40 \begin{cases} \nearrow 60 \\ \searrow 20 \end{cases} \quad C_0 \begin{cases} \nearrow 60 - 40 = 20 \\ \searrow 0 \end{cases}$$

From $Y = 20$, $Z = 0$, $r = 0.1$,

$$C_0 = \frac{(0.5 + 0.1) \times 20}{1.1} = 10.91$$

(2) Change of stock price and call option premium

$$S = 40 \begin{cases} \nearrow_{0.5} 60 \\ \searrow_{0.5} 20 \end{cases} \begin{cases} \nearrow 90 \\ \searrow 30 \end{cases} \quad C_0 = ??? \begin{cases} \nearrow_{0.5} C_u \\ \searrow_{0.5} C_d \end{cases} \begin{cases} \nearrow C_u \begin{cases} \nearrow 90 - 40 = 50 \\ \searrow 0 \end{cases} \\ \searrow C_d \begin{cases} \nearrow 0 \\ \searrow 0 \end{cases} \end{cases}$$

Δ , B , C for each period

	0	u	d
S	40	60	20
Δ	0.682	0.833	0
B	-12.40	-22.727	0
C	14.88	27.273	0

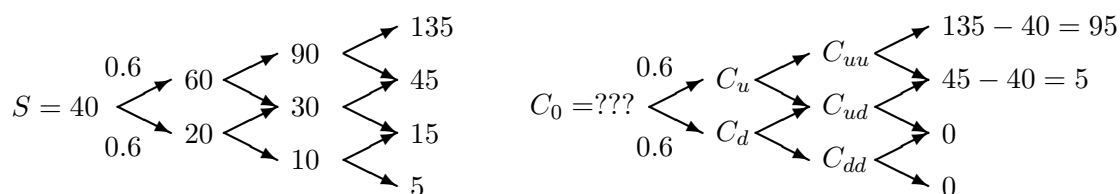
Dynamic hedge

- Current
 - Buy 0.682 shares
 - Borrow 12.4 government bonds of 1 period
 - Cash flow: $-40 \times 0.682 + 12.4 = -14.88$ (offset by call short)
- Rebalance after 1 period u
 - Buy $(0.833 - 0.682)$ shares
 - Redeem 12.4 government bonds with interest added
 - Borrow 22.727 government bonds of 1 period
 - Cash flow: $-60 \times (0.833 - 0.682) - 12.4 \times 1.1 + 22.727 \doteq 0$
- Rebalance after 1 period d
 - Sell 0.682 shares
 - Redeem 12.4 government bonds with interest added
 - Cash flow: $20 \times 0.682 - 12.4 \times 1.1 = 0$

(3) Risk neutral probability

$$p^* = \frac{1 + r - d}{u - d} = 0.5 + r = 0.6$$

Change of stock price and call option premium



$$C_0 = \frac{\mathbb{E}^*[C_3]}{(1+r)^3} = \frac{0.6^3 \times 95 + 3 \times 0.6^2 \times 0.4 \times 5}{1.1^3} = 17.04$$

オペレーションズ・リサーチ

出題の趣旨・解答例

問題Ⅱ

1. スラック変数 x_4, x_5 を導入し, 問題(P1)を以下のように等式標準形に変換する.

$$(P1) \min 2x_1 - 5x_2$$

subject to :

$$x_1 - 4x_2 + 4x_3 - x_4 = -2$$

$$3x_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

初期実行可能基底解を $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 0, 2, 8)$ として辞書を作る.

$$z = 2x_1 - 5x_2$$

$$x_4 = 2 - x_1 + 4x_2 - 4x_3$$

$$x_5 = 8 - 3x_1 - 4x_2 - x_3$$

一行目(目的関数に関する行)の非基底変数(右辺の変数)の係数が負のものがあ
るので, 現在の解は最適でない. 係数最小の x_2 を 0 から $\frac{1}{2}$ に増加させ, 辞書を
更新する.

$$z = -\frac{5}{2} + \frac{3}{4}x_1 + \frac{5}{4}x_4 - 5x_3$$

$$x_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_4 + x_3$$

$$x_5 = 6 - 4x_1 + x_4 - 5x_3$$

一行目(目的関数に関する行)の非基底変数(右辺の変数)の係数が負のものがあ
るので, 現在の解は最適でない. 係数最小の x_3 を 0 から $\frac{6}{5}$ に増加させ, 辞書を

更新する.

$$\begin{aligned}z &= -\frac{17}{2} + \frac{19}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_4 + x_5 \\x_2 &= \frac{17}{10} - \frac{11}{20}x_1 - \frac{1}{20}x_4 - \frac{1}{5}x_5 \\x_3 &= \frac{6}{5} - \frac{4}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_4 - \frac{1}{5}x_5\end{aligned}$$

一行目(目的関数に関する行)の非基底変数(右辺の変数)の係数がすべて非負なので, 現在の解は最適である. 最適解は $(x_1, x_2, x_3) = (0, \frac{17}{10}, \frac{6}{5})$ で, 最適値は $-\frac{17}{2}$ である.

2.

min z

subject to :

$$x_2 \geq 5$$

$$z \geq x_1 - 2x_2$$

$$z \geq x_1 + x_2$$

$$z \geq 10$$

(注) z は新しく導入した変数.

3.

min $z_1 - z_2$

subject to :

$$x_2 \geq 5$$

$$z_2 \leq x_1 - 2x_2$$

$$z_1 \geq x_1 - 2x_2$$

$$z_2 \leq x_1 + x_2$$

$$z_1 \geq x_1 + x_2$$

$$z_2 \leq 10$$

$$z_1 \geq 10$$

(注) 上記の線形計画問題は、 $z_1 \geq \max\{x_1 - 2x_2, x_1 + x_2, 10\}$ を満たす変数 z_1 と $\min\{x_1 - 2x_2, x_1 + x_2, 10\} \geq z_2$ を満たす変数 z_2 を導入し、 $z_1 - z_2$ を最小化する形に定式化したものである。

Question II.

1.

After introducing two slack variables x_4, x_5 , transform Problem (P1) into the following equivalent standard form (P1').

$$\begin{aligned} \text{(P1')} \quad & \min 2x_1 - 5x_2 \\ & \text{subject to :} \\ & x_1 - 4x_2 + 4x_3 - x_4 = -2 \\ & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 8 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

Construct a dictionary with a basic feasible solution $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 0, 0, 2, 8)$.

$$\begin{aligned} z &= 2x_1 - 5x_2 \\ x_4 &= 2 + x_1 - 4x_2 + 4x_3 \\ x_5 &= 8 - 3x_1 - 4x_2 - x_3 \end{aligned}$$

The current solution is not optimal, since the first line of the dictionary corresponding to the objective function has a nonbasic variable with a negative coefficient. By

increasing x_2 (a nonbasic variable with the minimum coefficient) from 0 to $\frac{1}{2}$,

rewrite the dictionary.

$$\begin{aligned}
z &= -\frac{5}{2} + \frac{3}{4}x_1 + \frac{5}{4}x_4 - 5x_3 \\
x_2 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_4 + x_3 \\
x_5 &= 6 - 4x_1 + x_4 - 5x_3
\end{aligned}$$

The current solution is not optimal, since the first line of the dictionary corresponding to the objective function has a nonbasic variable with a negative coefficient. By increasing x_3 (a nonbasic variable with the minimum coefficient) from 0 to $\frac{6}{5}$, rewrite the dictionary.

$$\begin{aligned}
z &= -\frac{17}{2} + \frac{19}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_4 + x_5 \\
x_2 &= \frac{17}{10} - \frac{11}{20}x_1 - \frac{1}{20}x_4 - \frac{1}{5}x_5 \\
x_3 &= \frac{6}{5} - \frac{4}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_4 - \frac{1}{5}x_5
\end{aligned}$$

The current solution is optimal, since the first line of the dictionary corresponding to the objective function has no nonbasic variable with a negative coefficient. An optimal solution is $(x_1, x_2, x_3) = (0, \frac{17}{10}, \frac{6}{5})$, and the optimal value is $-\frac{17}{2}$.

2.

min z

subject to :

$$x_2 \geq 5$$

$$z \geq x_1 - 2x_2$$

$$z \geq x_1 + x_2$$

$$z \geq 10$$

(Note) z is a variable newly introduced.

3.

$$\min z_1 - z_2$$

subject to :

$$x_2 \geq 5$$

$$z_2 \leq x_1 - 2x_2$$

$$z_1 \geq x_1 - 2x_2$$

$$z_2 \leq x_1 + x_2$$

$$z_1 \geq x_1 + x_2$$

$$z_2 \leq 10$$

$$z_1 \geq 10$$

(Note) The above linear programming problem asks to minimize $z_1 - z_2$, introducing two new variables z_1 and z_2 satisfying $z_1 \geq \max\{x_1 - 2x_2, x_1 + x_2, 10\}$ and $\min\{x_1 - 2x_2, x_1 + x_2, 10\} \geq z_2$.