北海道大学大学院経済学研究科
修士課程（博士コース，専修コース）入学試験

平成２８年度　専門科目　試験問題

試験期日：平成２７年８月１９日
試験時間：９時００分～１０時３０分

解答上の注意

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはならない.

２．問題は,

マクロ及びミクロ経済学	２～４ ページ
社会経済学	5 ページ
経済思想	6 ページ
統計学	7～8 ページ
経営学	9 ページ
オペレーションズ・リサーチ	１０～１１ ページ

である.

３．問題冊子の中から出願時に選択した科目について解答しなさい.

４．受験番号，氏名，選択科目・分野名は，監督員の指示にしたがって解答用紙の指定された箇所に記入しなさい.

５．解答用紙に解答する際に，問題番号・記号があれば解答の前に必ず記入しなさい.

６．解答用紙が不足した場合には挙手して監督員に連絡しなさい.

７．試験場退出は試験開始 30 分が経過するまで認めない.

マクロ及びミクロ経済学

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．ある世代は２期間生き，１期は若いときで，２期は老後である．この世代の１期と２期の消費をそれぞれc_1，c_2とし，効用関数を$U(c_1, c_2) = c_1 c_2$とする．この世代の１期の所得をY，２期の所得をゼロとする．利子率をrとする．いま，以下の２つの財源調達方法を比較する．

方法１（課税）：　１期の若いときにTだけ課税する．

方法２（公債発行）：　１期にbだけ公債を発行し，２期に公債の償還を行う．

２期において、公債の償還財源を得るため$T^* = (1+r)b$だけ課税する．

ここで，方法１と方法２で１期に調達する金額は同じで，$T = b$が成立する．

１．　方法１（課税）の場合，以下の（１）～（３）のすべてに答えなさい．

（１）　若いときと老後の予算制約式は，それぞれ以下のようになる．

若いとき　$c_1 + s = Y - T$，　老後　$c_2 = (1+r)s$

ここで，sは貯蓄である．このとき、この２つの予算制約式より，貯蓄sを消去し，生涯にわたる予算制約式を導出しなさい．

（２）　生涯にわたる予算制約式の下で，効用関数$U(c_1, c_2) = c_1 c_2$を最大にする最適な消費c_1^*，c_2^*を求めなさい．

（３）　横軸にc_1，縦軸にc_2をとり，生涯にわたる予算制約式と無差別曲線を描き，最適な点Eを図示しなさい．

２．方法２（公債発行）の場合，以下の（１）～（３）のすべてに答えなさい．

（１）　若いときと老後の予算制約は，それぞれ以下のようになる．

若いとき　$c_1 + (s+b) = Y$，　老後　$c_2 = (1+r)(s+b) - T^*$

このとき，この２つの予算制約式より，$(s+b)$を消去して，生涯にわたる予算制約式を導出しなさい．

（２）　生涯にわたる予算制約の下で, 効用関数$U(c_1, c_2) = c_1 c_2$を最大にする最適な消費$\hat{c}_1$，$\hat{c}_2$を求めなさい．

（３）　横軸にc_1，縦軸にc_2をとり，生涯にわたる予算制約式と無差別曲線を描き，最適な点$\hat{E}$を図示しなさい．

3．　上記の１と２の結果より，方法１（課税）と方法２（公債発行）を比較すると,最適な消費計画は同じであるか否かを答えなさい.この結果から,１期に公債を発行することによって増税を回避することは，景気対策として有効であると言えるか答えなさい.

問題Ⅱ．以下の問いに答えなさい.

１．ある都市の地下鉄では，ピーク時(通勤時)の需要(Q_P)とオフピーク時(日中)の需要(Q_{OP})が，運賃(P)を説明変数として，それぞれ,

$$Q_P = 16 - P$$

$$Q_{OP} = 8 - P$$

と表される．一方，地下鉄の供給曲線は,

$$Q = P$$

と表される．次の（１）～（３）のすべてに答えなさい.

（１）　価格差別について市民のコンセンサスが得られず，ピーク・オフピークに関わらず運賃を$P = 6$と設定した場合の,ピーク時とオフピーク時の需要を求めなさい.

（２）　ピーク時とオフピーク時で価格差別が行われた場合，限界費用原理のもとでの，ピーク時とオフピーク時の価格を求めなさい.

（３）　（１）の状態と比べて，ピーク時とオフピーク時で価格差別を行うことで，社会的余剰(消費者余剰と生産者余剰の和)がどれだけ増加するのか図に示した上で，その値を求めなさい.

２．3 社(1,2,3)の企業がそれぞれ 1 種類の財を生産する経済を考える．消費者の効用関数は次の式で与えられる.

$$U = \mathrm{a}\sum_{x=1}^{2} q_x - \frac{b-c}{2}\sum_{x=1}^{2} q_x^2 - \frac{\mathrm{c}}{2}\left(\sum_{x=1}^{2} q_x\right)^2 + q_3$$

ここで, q_xは企業$x(x = 1,2,3)$が生産する財の需要量を表し, $a > 0$かつ$b > c > 0$である．また，消費者の所得をIで表し，財$x(x = 1,2)$の価格をp_xとする．一方,財 3 の価格は 1 に基準化する．次の（１）～（４）のすべてに答えなさい.

（１）　財 1 と財 2 の需要関数を求めなさい.

（２）　財２の価格が上がった場合の財１に対する需要の変化を考える．スルツキー方程式を説明した上で，財２の価格上昇による財１の需要の変化は，代替効果に等しいことを示しなさい.

（３）　企業１と企業２の限界費用をゼロとする．企業１と企業２が価格について利潤最大化をする場合に，財１と財２のナッシュ均衡価格を求めなさい.

（４）（３）で得られたナッシュ均衡が安定的であることを, p_1を縦軸に, p_2を横軸にとった図を用いて説明しなさい.

社会経済学

問題Ⅰ，問題Ⅱの<u>両方に</u>解答しなさい.

問題Ⅰ．資本主義経済は 19 世紀半ばに自由主義として確立し，19 世紀末から 20 世紀初頭にかけて帝国主義へと移行したと言われる．両者を主要産業，生産技術，企業数，競争，支配的資本，国家政策といった視点から比較し，そうした移行が生じた理由について論じなさい.

問題Ⅱ．資本主義経済における地代について，以下の問いに答えなさい.

１．差額地代第１形態と差額地代第２形態について，それぞれ数値例を用いて説明しなさい.

２．資本主義経済において地代が発生することの意味について論じなさい.

経済思想

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．フィジオクラートの経済思想について論じなさい．

問題Ⅱ．ガルブレイスの制度経済学について論じなさい．

統計学

問題Ｉ，問題Ⅱの<u>両方に</u>解答しなさい．

問題Ｉ． a, b を正の定数とする．確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} ab^a x^{-a-1} & x \geq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

により与えられる．このとき，以下の問いに答えなさい．

１．　確率変数 X の分布関数 $F(x)$ を求め，そのグラフの概形を図示しなさい．

２．　確率変数 X の中央値(メディアン)を求めなさい．

３．　確率変数 X の平均値を求めなさい．ただし，平均値が存在するための条件を明記すること．

４．　確率変数 X の分散を求めなさい．ただし，分散が存在するための条件を明記すること．

問題Ⅱ．単回帰モデル

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i,\ i = 1, \cdots, n \tag{1}$$

に以下の仮定をおく．

仮定１: 説明変数 x_i は確率変数ではなく，固定された値をもつ．また， $x_1, \cdots, x_n$ のうち少なくとも１つは異なる値をとる．

仮定２: 誤差項 $u_1, \cdots, u_n$ は互いに独立で，平均 $\mathrm{E}(u_i) = 0$，分散 $\mathrm{V}(u_i) = \mathrm{E}(u_i^2) = \sigma^2$ をもつ．

このとき，以下の問いに答えなさい．なお，解答に際して，問題文にない記号を用いる場合は，記号の定義を書くこと．

１．(1)に最小 2 乗法を適用する． β_0 と β_1 の最小 2 乗推定量を $\hat{\beta}_0$ と $\hat{\beta}_1$ とする．このとき，正規方程式

$$\begin{aligned} n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i &= \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 &= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \end{aligned} \tag{2}$$

が成り立つことを示しなさい.

２．$\mathbf{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$，$\mathbf{X}=\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$とおく．このとき，$\mathbf{X}'\mathbf{X}$は 2×2 行列となる．$\mathbf{X}'\mathbf{X}$の要素を求めなさい．ここで，$\mathbf{X}'$は$\mathbf{X}$の転置である．また，$\mathbf{X}'\mathbf{y}$は 2×1 ベクトルとなる．$\mathbf{X}'\mathbf{y}$の要素を求めなさい．以上より，$\hat{\boldsymbol{\beta}}=\begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{pmatrix}$とおくと，正規方程式(2)は

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}=\mathbf{X}'\mathbf{y} \tag{3}$$

と書くことができることを示しなさい.

３．正規方程式(3)において，仮定 1 より$\mathbf{X}'\mathbf{X}$の逆行列$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$が存在する．このことを利用して，(3)からパラメータベクトル$\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$の最小 2 乗推定量$\hat{\boldsymbol{\beta}}$を$\mathbf{X}$と$\mathbf{y}$を用いて求めなさい.

４．2×2 行列$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$について，$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$のとき，$\mathbf{A}$の逆行列は

$$\mathbf{A}^{-1}=\frac{1}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix} \tag{4}$$

となることを示しなさい.

５. 逆行列の式(4)を利用して，β_0とβ_1の最小 2 乗推定量$\hat{\beta}_0$と$\hat{\beta}_1$を求めなさい.

６．最小 2 乗推定量$\hat{\boldsymbol{\beta}}$の期待値$\mathrm{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$を求めなさい.

７．最小 2 乗推定量$\hat{\boldsymbol{\beta}}$の共分散行列$\mathrm{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}})=\mathrm{E}[(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\mathrm{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}))(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\mathrm{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}))']$を求めなさい.

経営学

問題Ⅰ，問題Ⅱの<u>両方に</u>解答しなさい.

問題Ⅰ．組織（構造）のコンティンジェンシー理論について，以下の用語を可能な限り用いて説明しなさい(※用語を使用した箇所に下線を付しなさい).【ワン・ベスト・ウェイ・アプローチ（唯一最善も可)，状況，適合（性)，組織成果，環境】

問題Ⅱ．意思決定における満足化原理について，最適化原理との「違い」に触れながら，以下の用語を可能な限り用いて説明しなさい（※用語を使用した箇所に下線を付しなさい).【最適，限定された合理性，代替案，報酬の期待値，希求水準】.

オペレーションズ・リサーチ

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．以下の二つの問いに答えなさい．

１．次の線形計画問題を単体法で解きなさい．

$$
\begin{aligned}
\text{問題(P)}\quad \min\quad & -5x_1 - 4x_2 - x_3 \\
\text{subject to}: & \\
& x_1 + x_2 + x_3 \le 4 \\
& 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 \le 15 \\
& x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}
$$

２．問題(P) の目的関数の x_1 の係数を -5 から $-5+t_1$，x_2 の係数を -4 から $-4+t_2$ に変更した問題(P1)を考える．1. で求めた問題(P)の最適解が，問題(P1)においても最適であるためには，t_1 と t_2 がどのような条件をみたせばよいか答えなさい．

問題Ⅱ．以下のすべての問いに答えなさい．

１．満期 T 年の割引債価格を $d(T)$ とし，

$$d(1)=0.98, d(2)=0.96, d(3)=0.92, d(4)=0.88, d(5)=0.84$$

とする．このとき満期 3 年，額面 100 円，クーポン（1 年 1 回）5 円の利付き債価格を求めなさい．また 4 年先 1 年物先渡し利回りを求めなさい．

２．2 銘柄の株式と無リスク資産からなる完全な証券市場を考える．株式 A, B のリターンを μ_A, μ_B，リスクを σ_A, σ_B とし，収益率の相関係数を ρ とする．また無リスク金利を r とする．要求リターンを μ とする最小分散ポートフォリオを求めるための最適化問題を示しなさい． また $\mu_A = 10\%, \mu_B = 5\%, \sigma_A = 0.3, \sigma_B = 0.1, \rho = -0.5, r = 4\%, \mu = 10\%$ のとき最小分散ポートフォリオを示しなさい．

３．現在の株価を S とし，1 期間後に d 倍に減少するか，u 倍に上昇する 1 期間 2 項モデルを考える．また，無リスク金利を r とし，株価が減少した場

合のオプションペイオフを C_d，上昇した場合のペイオフを C_u とする．このオプションを複製するポートフォリオを示し，オプションプレミアムを求めなさい．続いて，リスク中立確率を導出しなさい．