北海道大学大学院経済学院
修士課程（博士コース，専修コース）入学試験

平成３１年度　専門科目　試験問題

試験期日：平成３１年１月２３日
試験時間：９時００分～１０時３０分

解答上の注意

1．試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはならない．

2．問題は，

マクロおよびミクロ経済学	2～5 ページ
経済思想	6 ページ
経済史	7 ページ
統計学	8～14 ページ
経営学	15 ページ
会計学	16 ページ

である．

3．問題冊子の中から出願時に選択した科目について解答しなさい．

4．受験番号，氏名，選択科目，分野名は，監督員の指示にしたがって解答用紙の指定された箇所に記入しなさい．

5．解答用紙に解答する際に，問題番号・記号があれば解答の前に必ず記入しなさい．

6．解答用紙が不足した場合には挙手して監督員に連絡しなさい．

7．試験場退出は試験開始30分が経過するまで認めない．

マクロ及びミクロ経済学

日本語問題文 (Japanese Version)
問題I，問題IIの両方に解答しなさい．

問題I.　ある国のマクロ経済が

財市場の均衡条件式：$Y = C + I + G$,

消費関数：$C = 0.8Y$,

投資関数：$I = 90 - r$,

貨幣需要関数：$L(Y, r) = Y - 2r$，名目貨幣供給 $M = 100$,

で表されるとする．ただし，G は一定の政府支出，r は利子率，物価水準は1に固定し，期待インフレ率をゼロと仮定する．以下の問いに答えなさい．

1．IS 曲線を求めなさい．$r = \cdots$ の関数形で導出しなさい．

2．LM 曲線を求めなさい．$r = \cdots$ の関数形で導出しなさい．

3．均衡 GDP を求めなさい．

4．均衡利子率を求めなさい．

5．利子率が固定されているときの政府支出乗数を求めなさい．

6．利子率が固定されて**いない**ときの政府支出乗数を求めなさい．

7．利子率が固定されているときと比べて，利子率が固定されていないときの政府支出乗数は増加するか，減少するか答えなさい．その理由も述べなさい．

8．物価水準が0.5に減少したとき，利子率が固定されていない場合の政府支出乗数を求めなさい．

問題II.　ある完全競争的な財市場を考える．すべての企業は同じ生産技術をもち，その費用関数は次のように与えられるとする．

$$C(w_1, w_2, q) = \sqrt{w_1 w_2}\left(q + \frac{q^2}{2} + 8\right)$$

ここで，w_i は生産要素 i の価格，q は企業による財の生産量である．また，財に対する市場の需要関数は次のように与えられるとする．

$$D(p) = 230 - 5p$$

ここで，p は財価格である．生産要素価格を $w_1 = w_2 = 1$ として，以下の問いに答えなさい．

1．固定費用が埋没費用である場合とそうでない場合の操業停止価格を求めなさい．

2．財価格を $p = 9$ とする．各企業による生産要素 1 の需要量を求めなさい．

3．企業数 n が 20 のときの財の均衡価格を求めなさい．

4．企業の参入・退出がある長期における財の均衡価格を求めなさい．

5．財の生産は汚染を発生させ，環境にダメージを与えるとする．財を 1 単位生産すると汚染が 1 単位排出され，汚染が環境に与えるダメージは $D = Z^2/10$ と表されるとする．ただし，Z は総汚染排出量である．汚染 1 単位当たり一定額の排出税が課されるとき，社会的に最適な排出税の水準を求めなさい．ただし，企業の参入・退出はなく，企業数を $n = 20$ とする．

英語問題文（English Version）

Answer the following two questions, Question I and Question II.

Question I. Consider the following macroeconomic model which is characterized by

the good market equilibrium condition: $Y = C + I + G$,

the consumption function: $C = 0.8Y$,

the investment function: $I = 90 - r$,

the demand function for money: $L(Y, r) = Y - 2r$, and the nominal money supply $M = 100$,

where G is the constant level of government expenditure, r is the interest rate, the expected rate of inflation is zero, and the general price level is fixed at 1. Answer the following questions.

1. Derive the IS curve in the form of $r = \cdots$.

2. Derive the LM curve in the form of $r = \cdots$.

3. What is the equilibrium level of GDP?

4. What is the equilibrium level of the interest rate?

5. When the interest rate is fixed, what is the government expenditure multiplier?

6. When the interest rate is **not** fixed, what is the government expenditure multiplier?

7. Is the government expenditure mulitiplier under the flexible interest rate higher than that under the fixed interest rate? State a reason for your answer.

8. When the general price level decreases to 0.5, what is the government expenditure multiplier under the flexible interest rate?

Question II. Consider a perfectly competitive market for a good. All firms have the same technology and their cost functions are given by

$$C(w_1, w_2, q) = \sqrt{w_1 w_2}\left(q + \frac{q^2}{2} + 8\right),$$

where w_i is the price of factor i, and q the quantity of the good supplied by a firm. The market demand function for this good is given by

$$D(p) = 230 - 5p,$$

where p stands for the price of the good. Answer the following questions, assuming that $w_1 = w_2 = 1$.

1. Find the shutdown price when the fixed cost is sunk (not recoverable). Also, if it is not sunk, what is the shutdown price?

2. Compute each firm's demand for factor 1 when $p = 9$.

3. Compute the equilibrium price of the good when the number of firms, n, equals 20.

4. Find the price of the good in the long-run equilibrium that is attained as a result of the process of entry and exit of firms.

5. The production of the good entails pollution emission and damages the environment. Specifically, one unit of pollution is discharged from one unit of production, and the environmental damage is expressed as $D = Z^2/10$, where Z is the aggregate amount of pollution emitted by firms. Assuming that $n = 20$, find the socially optimal tax rate when specific tax is levied on firms as emission tax.

Economic Thought

日本語問題文（Japanese Version）
問題I，問題IIの<u>両方に</u>解答しなさい．

問題I.　経済思想史における歴史学派の貢献について説明しなさい．

問題II.　J. M. ケインズの経済思想への貢献について説明しなさい．

英語問題文（English Version）
Answer the following <u>two</u> questions, Question I and Question II.

Question I.　Explain the contributions of the historical school in the history of economic thought.

Question II.　Explain J. M. Keynes's contributions to economic thought.

経済史

日本語問題文（Japanese version）
問題 I～問題 IV の中から2問を選択して解答しなさい．

問題 I.　近代の世界経済はイギリスの登場によっていかに変容したのかを述べなさい．

問題 II.　後発（イギリス産業革命以降）で工業化する諸国における政策展開について，具体的な事例に即して説明しなさい．

問題 III.　戦間期の経済的変化について，一国を取り上げて展開しなさい．

問題 IV.　冷戦期における世界経済の変遷について述べなさい．

英語問題文（English version）
Answer two of the following four questions, Question I ∼ Question IV.

問題 I.　Explain how the modern world economy transformed under the influence of England.

問題 II.　Explain the economic policies in countries at the industrialization stage after the Industrial Revolution in England, by choosing a specific country or countries.

問題 III.　Choose one country and explain the economic changes during the interwar period there.

問題 IV.　Explain the change of the world economy during the Cold War era.

統計学 (Statistics)

日本語問題文 (Japanese Version)
問題Iに解答しなさい．問題IIからIVの中から１題を選択し，解答しなさい．

問題I.　２つの母集団の母平均 μ と μ' との差に関心があり，$\theta = \mu' - \mu$ とおく．正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から大きさ n_1 の無作為標本 $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n_1}$ を抽出する．正規母集団 $N(\mu', \sigma^2)$ から大きさ n_2 の無作為標本 $Y_{n_1+1}, Y_{n_1+2}, \ldots, Y_{n_1+n_2}$ を抽出する．この設定に対して，ダミー変数

$$D_i = \begin{cases} 0, & i = 1, \ldots, n_1, \\ 1, & i = n_1 + 1, \ldots, n \quad (\text{ただし，} n = n_1 + n_2) \end{cases}$$

を用いた，以下の単回帰モデルで考える．

$$\begin{cases} Y_i = \mu + \theta D_i + U_i, \quad i = 1, \ldots, n \\ U_1, \ldots, U_n \text{ は互いに独立で，同一の正規分布 } N(0, \sigma^2) \text{ に従う} \end{cases} \tag{M}$$

以下のすべての問いに答えなさい．

1．回帰モデル（M）の係数 μ, θ の最小２乗推定量 $\widehat{\mu}, \widehat{\theta}$ を求めなさい．

2．平均 $E(\widehat{\mu}), E(\widehat{\theta})$ を求めなさい．

3．分散 $V(\widehat{\mu}), V(\widehat{\theta})$ および，共分散 $Cov(\widehat{\mu}, \widehat{\theta})$ を求めなさい．

4．母分散 $\sigma^2 > 0$ が既知であるとき，帰無仮説 $H_0 : \theta = 0$ を対立仮説 $H_1 : \theta \neq 0$ に対して有意水準5% で検定する手続きを説明しなさい．

5．最小２乗推定したときの残差を $\widehat{U}_i = Y_i - \widehat{\mu} - \widehat{\theta} D_i, i = 1, \ldots, n$ とおく．

（1）残差２乗和 $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \widehat{U}_i^2$ が，以下で与えられることを示しなさい．

$$\sum_{i=1}^{n} \widehat{U}_i^2 = \sum_{i=1}^{n_1} Y_i^2 - \frac{1}{n_1}\left(\sum_{i=1}^{n_1} Y_i\right)^2 + \sum_{i=n_1+1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n_2}\left(\sum_{i=n_1+1}^{n} Y_i\right)^2$$

（2）$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \widehat{U}_i^2}{\sigma^2}$ の従う分布を答えなさい．

（3） 母分散 $\sigma^2 > 0$ が未知であるとき，帰無仮説 $H_0 : \theta = 0$ を対立仮説 $H_1 : \theta \neq 0$ に対して有意水準5% で検定する手続きを説明しなさい．

問題 II.　以下のすべての問いに答えなさい．

1．事象 A と事象 B は，$P[A \cap B] = P[A]P[B]$ を満たすとする．また，事象 X の余事象を X^c と書く．

（1） 事象 A^c と事象 B^c は，独立であるか，それとも従属であるかについて，理由をつけて説明しなさい．

（2） 事象 A と事象 B^c は，独立であるか，それとも従属であるかについて，理由をつけて説明しなさい．

2．2つの事象 B_1, B_2 の和事象 $B_1 \cup B_2$ の確率に関する加法定理

$$P[B_1 \cup B_2] = P[B_1] + P[B_2] - P[B_1 \cap B_2]$$

の拡張を行う．

（1） 3つの事象 A_1, A_2, A_3 の和事象 $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ の確率 $P[A_1 \cup A_2 \cup A_3]$ および，4つの事象 A_1, A_2, A_3, A_4 の和事象 $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ の確率 $P[A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4]$ を求めなさい．

（2） 2以上の自然数 m について，m 個の事象 $A_1, \ldots, A_m$ の和事象 $\bigcup_{i=1}^m A_i$ の確率 $P[\bigcup_{i=1}^m A_i]$ を予想しなさい．ただし，この証明をする必要はない．

問題 III.　$X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ は，独立で同一の分布に従う，以下のような密度関数を持つ確率変数列とする．

$$f(x) = e^{-x}, \quad x \geq 0.$$

以下のすべての問いに答えなさい．

1. 確率変数 X_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ の平均と分散を求めなさい．

2. 確率変数 S_2 の密度関数を求めなさい．ただし，S_2 は二つの確率変数 X_1 と X_2 の和として定義される（$S_2 = X_1 + X_2$）ものとする．

3. 確率変数 S_n（n 個の確率変数 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ の和，つまり，$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$）の密度関数が以下のようになることを示しなさい．

$$f_n(x) = \frac{x^{n-1}e^{-x}}{(n-1)!}, \quad x \geq 0.$$

4. 確率変数 Z_n を次のように定義する．

$$Z_n = \frac{S_n - n}{\sqrt{n}}.$$

この Z_n の密度関数を $g_n(z)$ とする．密度関数 $g_n(z)$ を求めなさい．

5. 密度関数 $g_n(z)$ は，密度関数が定義される各点 z において，$n \to \infty$ のとき，標準正規分布の密度関数 $\phi(z)$ に収束する，つまり，

$$g_n(z) \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}$$

ということが知られている．この結果が持つ意味について，簡潔に説明しなさい．

問題 IV．　離散型二変量確率変数の組 (Y, X) の同時確率分布を，以下の表１のように与える．

表１：Y と X の同時確率分布

	X = 0	1	2
Y=0	0	2/35	2/35
1	3/35	12/35	3/35
2	6/35	6/35	0
3	1/35	0	0

ただし，同時確率 $P[X = i, Y = j]$ $(i = 0, 1, 2,\ \ j = 0, 1, 2, 3)$ が，対応する表中の要素として記載されている．たとえば $P[X = 1, Y = 0] = 2/35$，あるいは $P[X = 0, Y = 3] = 1/35$ など．

以下のすべての問いに答えなさい．

1. 平均 $E[Y]$，　$E[X]$ を求めなさい．

2. 確率変数 X^2（X の二乗）の平均 $E[X^2]$ と確率変数 XY（X と Y の積）の平均 $E[XY]$ を求めなさい．

3. 以下の目的関数を最小にする，パラメータ α および β の値を求めなさい．

$$E\left[\{Y - (\alpha + \beta X)\}^2\right].$$

4. $X = 0$, $X = 1$, および $X = 2$ とした場合の，Y の条件付分布をそれぞれ求めなさい

5. $X=i$ としたときの Y の条件付期待値 $E[Y|X=i]$ $(i=0,1,2)$ を求めなさい．また，条件付期待値 $E[Y|X]$ と X の線形関数（$\alpha+\beta X$）の関係について簡潔に説明しなさい．

英語問題文 (English Version)

Answer Question I, and answer one of the following three questions, Question II ~ IV.

Question I. We are interested in the difference of the population means μ, μ' (say) of two populations. Let $\theta = \mu' - \mu$. Suppose that a random sample $\{Y_1, \ldots, Y_{n_1}\}$ of size n_1 is drawn from the normal population $N(\mu, \sigma^2)$, and that a random sample $\{Y_{n_1+1}, \ldots, Y_{n_1+n_2}\}$ of size n_2 is drawn from the normal population $N(\mu', \sigma^2)$. For this, introducing a dummy variable, defined by

$$D_i = \begin{cases} 0, & i = 1, \ldots, n_1, \\ 1, & i = n_1+1, \ldots, n \quad (\text{let } n = n_1 + n_2), \end{cases}$$

we consider a simple regression model, as follows:

$$\begin{cases} Y_i = \mu + \theta D_i + U_i, \quad i = 1, \ldots, n \\ \text{the errors } U_1, \ldots, U_n \text{ are iid } N(0, \sigma^2) \text{ random variables.} \end{cases} \qquad \text{(M)}$$

Answer all the following questions.

1. Find the ordinary least squares estimators $\widehat{\mu}, \widehat{\theta}$ of the coefficients μ, θ for the regression model (M).

2. Find the means $E(\widehat{\mu})$ and $E(\widehat{\theta})$.

3. Find the variances $V(\widehat{\mu})$ and $V(\widehat{\theta})$, and the covariance $Cov(\widehat{\mu}, \widehat{\theta})$.

4. When the population variance $\sigma^2 > 0$ is known, explain how to test the null hypothesis $\theta = 0$ against the alternative hypothesis $\theta \neq 0$ at a significance level 5%.

5. We define the least squares residuals as $\widehat{U}_i = Y_i - \widehat{\mu} - \widehat{\theta} D_i, i = 1, \ldots, n$.

   (1) Show that the residual sum of squares is given by

$$\sum_{i=1}^{n} \widehat{U}_i^2 = \sum_{i=1}^{n_1} Y_i^2 - \frac{1}{n_1}\left(\sum_{i=1}^{n_1} Y_i\right)^2 + \sum_{i=n_1+1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n_2}\left(\sum_{i=n_1+1}^{n} Y_i\right)^2.$$

(2) What is the distribution of $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \widehat{U}_i^2}{\sigma^2}$?

(3) When the population variance $\sigma^2 > 0$ is unknown, explain how to test the null hypothesis $\theta = 0$ against the alternative hypothesis $\theta \neq 0$ at a significance level 5%.

Question II. Answer all the following questions.

1. Suppose that the events A and B satisfy $P[A \cap B] = P[A]P[B]$. For a given event X, we denote by X^c its complement.

   (1) Are the events A^c and B^c independent or dependent? Explain the reason for your conclusion.

   (2) Are the events A and B^c independent or dependent? Explain the reason for your conclusion.

2. We want to extend the formula

$$P[B_1 \cup B_2] = P[B_1] + P[B_2] - P[B_1 \cap B_2]$$

   (the addition law of probability), which provides the probability of the union of two events B_1 and B_2.

   (1) For three events A_1, A_2, and A_3, find the formula of $P[A_1 \cup A_2 \cup A_3]$, i.e., the probability of the union of three events A_1, A_2, and A_3. Further, for four events A_1, A_2, A_3, and A_4, find the formula of $P[A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4]$, i.e., the probability of the union of four events A_1, A_2, A_3, and A_4.

   (2) Given an integer $m (\geq 2)$, conjecture the formula of $P[\bigcup_{i=1}^{m} A_i]$ (the probability of the union of m events $A_1, \ldots, A_m$, denoted by $\bigcup_{i=1}^{m} A_i$). Here, you do not need to provide the proof.

Question III. Suppose that $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ are a sequence of independently, identically distributed random variables with the density

$$f(x) = e^{-x}, \quad x \geq 0.$$

Answer all the following questions.

1. Find the mean and the variance of X_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

2. Find the density function of the random variable S_2 where S_2 is defined as the sum of two random variables X_1 and X_2 $(S_2 = X_1 + X_2)$.

3. Show that the density of the random variable S_n (the sum of n random variables $X_1, X_2, \ldots, X_n$, i.e., $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$) is given as

$$f_n(x) = \frac{x^{n-1}e^{-x}}{(n-1)!}, \quad x \geq 0.$$

4. Define the random variable Z_n as follows:

$$Z_n = \frac{S_n - n}{\sqrt{n}},$$

and denote its density function as $g_n(z)$. Then, find the the density function $g_n(z)$.

5. We know that, as $n \to \infty$, the density function $g_n(z)$ converges to the standard nomal density function $\phi(z)$ at a given point z where $g_n(z)$ is defined, that is,

$$g_n(z) \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}.$$

Then, briefly explain the implication of this result.

Question IV. Suppose that a pair of discrete random variables (Y, X) has a joint distribution which is described in Table 1.

Table 1: Joint distribution of Y and X

	X = 0	1	2
Y=0	0	2/35	2/35
1	3/35	12/35	3/35
2	6/35	6/35	0
3	1/35	0	0

Here, the joint probability $P[X = i, Y = j]$ $(i = 0, 1, 2, \quad j = 0, 1, 2, 3)$ is in the corresponding element of the table; $P[X = 1, Y = 0] = 2/35$, $P[X = 0, Y = 3] = 1/35$, and so on.

Answer all the following questions.

1. Find the mean of X, $E[Y]$, and the mean of Y, $E[X]$.

2. Find the mean of X^2 (the squared X), $E[X^2]$, and the mean of XY (the product of X and Y), $E[XY]$.

3. Find the values of the parameters, α and β, that minimize the following criterion function,

$$E\left[\{Y-(\alpha+\beta X)\}^2\right].$$

4. Find the conditional distribution of Y given $X = 0$, $X = 1$, and $X = 2$ respectively.

5. Find the conditional expectation of Y given $X = i$, $E[Y|X = i]$ $(i = 0, 1, 2)$. Also, briefly explain the relationship between the conditional expectation $E[Y|X]$ and the linear function of X, $\alpha + \beta X$.

経営学

日本語問題文（Japanese Version）
問題 I，問題 II の<u>両方に</u>解答しなさい．

問題I.　ポーターによる「５つの競争要因モデル」を説明しなさい．

問題II.　以下の２つの問いに解答しなさい．

1．集団浅慮（もしくは集団思考）とは何か．

2．集団浅慮（もしくは集団思考）はどのように起こるか．

英語問題文（English Version）
Answer the following <u>two</u> questions, Question I and Question II.

Question I. Explain Porter's five forces model.

Question II. Answer the following two sub-questions.

1. Explain what groupthink means.
2. Explain how groupthink develops.

会計学

日本語問題文（Japanese Version）
問題 I，問題 II の両方に解答しなさい．

問題 I.　各手続きの内容を明らかにした上で，簿記一巡の手続きについて説明しなさい．

問題 II.　損益計算の基本的考え方である，(a) 発生原則（発生主義），(b) 実現原則（実現主義）(c) 対応原則について説明しなさい．

英語問題文（English Version）
Answer the following two questions, Question I and Question II.

Question I.　Explain the accounting cycle with clarifying the contents of each procedure.

Question II.　Explain three basic principles to calculate profit and loss. Three basic principles are (a) accrual principle (accrual basis), (b) realization principle (realization basis), and (c) matching principle.