北海道大学大学院経済学院
修士課程（博士コース，専修コース）入学試験

令和２年度　専門科目　試験問題

試験期日：令和２年１月２２日
試験時間：９時００分～１０時３０分

解答上の注意

１．試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはならない．

２．問題は，

マクロおよびミクロ経済学	2 ～ 5 ページ
経済思想	6 ページ
経済史	7 ページ
統計学	8 ～ 14 ページ
経営学	15 ページ
会計学	16 ページ
オペレーションズ・リサーチ	17 ～ 19 ページ

である．

３．問題冊子の中から出願時に選択した科目について解答しなさい．

４．受験番号，氏名，選択科目，分野名は，監督員の指示にしたがって解答用紙の指定された箇所に記入しなさい．

５．解答用紙に解答する際に，問題番号・記号があれば解答の前に必ず記入しなさい．

６．解答用紙が不足した場合には挙手して監督員に連絡しなさい．

７．試験場退出は試験開始 30 分が経過するまで認めない．

マクロ及びミクロ経済学

日本語問題文（Japanese Version）
問題 I，問題 II の両方に解答しなさい．

問題 I.　ある国のマクロ経済が次のように与えられるとする．

財市場の均衡条件式：$Y = C + I + G$

消費関数：$C = 0.6(Y - T) + 20$

投資関数：$I = 100 - 200r$

貨幣需要関数：$L(Y, i) = 0.6Y - 200i$

ただし，Y は GDP，C は消費，I は投資，G は政府支出，T は租税，r は実質利子率，i は名目利子率である．特に断りがない限り，以下では名目貨幣供給量を 200，物価水準を 1，政府支出 G を 50，租税 T と期待インフレ率を 0 とする．以下の問題に答えなさい．

1．実質貨幣需要が GDP とともに増加し，名目利子率の上昇によって減少する理由を説明しなさい．

2．均衡 GDP と均衡実質利子率を求めなさい．

3．均衡財政のもとでの均衡 GDP と均衡実質利子率を求めなさい．

4．デフレ期待が生じると均衡 GDP と均衡実質利子率がどのように変化するか答えなさい．

5．政府支出 G が 50 から 80 に増加したとき，投資のクラウディングアウトの大きさと，その結果としての GDP の減少を求めなさい．また，投資のクラウディングアウトを生じさせずに GDP を増加させるためには，同時にどのような政策を実施すればよいか答えなさい．

問題 II.　以下のすべての問題に答えなさい．

1．企業が n 個存在し，互いに類似した製品を販売している状況を想定する．$j = 1, 2, \ldots, n$ として，企業 j の製品に対する価格をそれぞれ p_j として，企業 j の製品の需要曲線が

$$d_j = \frac{126}{n} + \frac{1}{n-1}\sum_{i \neq j} p_i - 2p_j$$

で示されるとする．すべての企業の費用関数は同一であり，各々の生産量 x に対して，総費用 c は

$$c = x^2 + 54$$

で示されるとする．各企業は他の企業の製品価格を所与として自己の製品の市場において利潤最大化を図るとする．このとき，

（１）企業数 n が 2 のとき．均衡における各企業の生産量および製品価格を求めなさい．

（２）企業の参入・退出がある長期において，均衡において参入する企業の最大数と，各企業の生産量および製品価格を求めなさい．

2．2 財 (x, y)，2 消費者 (A, B)，1 企業の生産経済を考える．各消費者は同じ効用関数を有し，

$$u_A(x, y) = u_B(x, y) = xy^2$$

と示されるとする．各消費者の初期保有は x 財のみであり，消費者 A は 24 単位，消費者 B は 48 単位を保有するとする．企業は x 財から y 財を生産し，その生産関数は

$$y = 2\sqrt{x}$$

で示されるとする．企業の利潤は 1/3 が消費者 A に，2/3 が消費者 B に配分されるとする．

（１）x 財の価格 p_x, y 財の価格 p_y を所与として，利潤最大化によって達成される企業の x 財の需要量と y 財の供給量，および利潤額を求めなさい．

（２）x 財の価格 p_x, y 財の価格 p_y，企業の利潤 π を所与として，効用最大化によって達成される消費者 A，B の各財への需要量 (x_A, y_A)，(x_B, y_B) を求めなさい．

（３）競争均衡における 2 財の価格比 p_y/p_x を求めなさい．また，均衡において企業が生産に投入する x 財の量と産出する y 財の量，および消費者 A，B の各財の消費量を求めなさい．

英語問題文（English Version）
Answer the following two questions, Question I and Question II.

Question I. Consider a country which has the following macroeconomic structure:

the good market equilibrium condition, $Y = C + I + G$, the consumption function, $C = 0.6(Y - T) + 20$,

the investment function, $I = 100 - 200r$,

the demand function for money, $L(Y, i) = 0.6Y - 200i$,

where Y represents GDP, C consumption, I investment, G government expenditure, T taxes, r the real interest rate, and i the nominal interest rate. In what follows, unless otherwise noted, nominal money supply is 200, the price level is 1, government expenditure is 50, taxes and the expected rate of inflation are 0. Answer the following questions.

1. Why is the real demand for money increasing in GDP and decreasing in the nominal interest rate? Explain.

2. What are the equilibrium levels of GDP and the real interest rate?

3. What are the equilibrium levels of GDP and the real interest rate if the economy has a balanced budget?

4. What happens to the equilibrium levels of GDP and the real interest rate if deflationary expectations arise?

5. Suppose that government expenditure increases from 50 to 80. How much investment is crowded out by the increase in government expenditure? How much GDP is reduced by the crowding-out of investment? Also, what policy should the government carry out in parallel with such a fiscal policy to increase GDP without the crowding-out of investment?

Question II. Answer <u>all</u> the questions below.

1. Consider there are n firms which produce similar goods. The demand function of firm $j = 1, 2, ..., n$ is expressed as follows:

$$d_j = \frac{126}{n} + \frac{1}{n-1} \sum_{i \neq j} p_i - 2p_j.$$

Here, p_j is the price of good produced by firm $j = 1, 2, ..., n$.
All firms have the same cost function, which is expressed as follows:

$$c = x^2 + 54.$$

Here, c is the aggregate cost, and x is the quantity of the good produced by the firm. Each firm maximizes its profit, given the prices of the goods produced by the other firms.

(1) Suppose that the number of firms is 2 ($n = 2$). Derive the equilibrium prices and quantities of the goods produced by the firms.

(2) Suppose that firms enter the market freely. Obtain the maximum number of firms that enter the market, and derive the equilibrium prices and quantities of the goods produced by the firms.

2. Consider a production economy with two goods (x, y), two consumers (A, B) and one firm (Firm). Consumer A and Consumer B have the same utility function, which is expressed as follows:

$$u_A(x, y) = u_B(x, y) = xy^2.$$

Here, x and y are the consumption levels of good x and y, respectively. The consumers are initially endowed good x in the way that Consumer A is endowed 24 units, while Consumer B is endowed 48 units. Firm produces good y with good x under the production function expressed as follows:

$$y = 2\sqrt{x}.$$

Here, x and y are the quantities of good x and y, respectively. 1/3 of Firm's profit is distributed to Consumer A, and the remaining 2/3 of the profit goes to Consumer B.

(1) Derive the profit-maximizing firm's demand level of good x, production level of y and the profit level, given the good prices $(p_x,\ p_y)$.

(2) Derive the utility-maximizing consumers' demand levels (x_A, y_A), (x_B, y_B), given the good prices (p_x, p_y) and the firm's profit level π.

(3) Derive the price ratio of the two goods p_y/p_x in competitive equilibrium. Also, derive the equilibrium quantities of good x used for production and good y supplied by Firm, and the equilibrium consumption levels of good x and y for Consumer A and Consumer B.

経済思想

日本語問題文 (Japanese Version)
問題 I，問題 II の両方に解答しなさい.

問題 I.　アダム・スミスの道徳哲学について説明しなさい.

問題 II.　新古典派の理論的基礎について論じなさい.

英語問題文 (English Version)
Answer the following two questions, Question I and Question II.

Question I. Explain Adam Smith's moral philosophy.

Question II. Discuss theoretical foundations of neoclassical economics.

経済史

日本語問題文（Japanese version）
問題 I〜問題 IV の中から2問を選択して解答しなさい．

問題 I.　中世経済または工業化以前の経済について，特定の時代と国家を挙げて論述しなさい．

問題 II.　戦後の東アジアの経済成長について，二つ以上の国家または地域を取り上げて論述しなさい．

問題 III.　金本位制と管理通貨制度の歴史について論述しなさい．

問題 IV.　人口と経済発展との歴史的関係について，二つ以上の事例を取り上げて論述しなさい．

英語問題文（English version）
Answer two of the following four questions, Question I 〜 Question IV.

Question I. Explain the medieval economy or the pre-industrial economy, by choosing a period and a country.

Question II. Explain economic development of the East Asia after the World War II, by choosing two or more countries or regions as cases.

Question III. Explain the history of the gold standard and the managed currency system.

Question IV. Explain a historical relationship between population and economic development, by choosing two or more examples.

統計学

日本語問題文 (Japanese Version)
問題I，問題IIのうちいずれか1題，及び，問題III，問題IVのうちいずれか1題の合計2題を選んで解答しなさい．

問題I.　確率密度関数 f に対し，

$$M_f(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\theta x} f(x)\, dx$$

を「積率母関数」という．また，２つの確率密度関数 g,h に対し，

$$(g * h)(s) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)h(s-t)\, dt \quad (-\infty < s < \infty)$$

を「g と h の畳み込み」といい，これも確率密度関数である．以下のすべての問いに答えなさい．

１．$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\, dt$ を求めたい．

（１）変換 $s = r\cos\psi,\ t = r\sin\psi$ のヤコビアンを求めなさい．

（２）（１）を利用して，$I^2 = \pi$ を示しなさい．

２．実数 μ と正数 σ^2 に対して，

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < t < \infty)$$

とおく．

（１）f が密度関数であることを確かめなさい．

（２）積率母関数 $M_f(\theta)$ を求めなさい．

３．実数 μ_1, μ_2 に対して，２つの密度関数

$$g_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(t-\mu_1)^2}{2}}, \quad g_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(t-\mu_2)^2}{2}} \quad (-\infty < t < \infty)$$

の畳み込み $(g_1 * g_2)(s)$ を求めて，その分布の名称を答えなさい．

４．畳み込みの意味を説明しなさい．

問題 II.　$X_1, X_2, \ldots, X_n$ を大きさ n の無作為標本とし，その母集団分布はパラメータ τ $(\tau > 0)$ をもつポアソン分布とする．$\bar{X} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} X_i$ をその標本平均とし，以下のすべての問いに答えなさい．

1．確率変数 X_i の平均は τ であり，分散も τ であることを示しなさい（$\mathbb{E}[X_i] = \mathbb{V}[X_i] = \tau$）．

2．標本平均の平均 ($\mathbb{E}[\bar{X}]$) および分散 ($\mathbb{V}[\bar{X}]$) を求めなさい．

3．確率変数 Z を標準化した（standardized）標本平均とする．つまり Z は次のように定義される．

$$Z = \frac{\bar{X} - \mathbb{E}[\bar{X}]}{\sqrt{\mathbb{V}[\bar{X}]}}$$

（1）標本サイズが十分大きいとき， Z の標本分布はどのようなものか．結果を述べなさい（証明は必要ない）．

（2）標本サイズが十分大きいとき， Z^2 の標本分布はどのようなものか．結果を述べなさい（証明は必要ない）．

4．$c_{m,\alpha}$ は，自由度 m のカイ二乗分布に従う確率の $(1-\alpha)$-分位数であり（$\Pr[\chi^2(m) \leq c_{m,\alpha}] = 1-\alpha$），$d_\alpha$ は，標準正規分布の $(1-\alpha)$-分位数である（$\Pr[N(0,1) \leq d_\alpha] = 1-\alpha$）．このとき，$\tau$ に関する 95% 信頼区間を統計量 Z^2 あるいは Z の標本分布に基づいて求めなさい．

問題 III.　二つの説明変数 x_1，x_2 を持つ線形回帰モデルについて考える．

$$y_i = x_{1,i}\beta_1 + x_{2,i}\beta_2 + u_i, \;\; i = 1, 2, \ldots, 13$$

被説明変数 y と説明変数の各変数について，観測値は以下のように与えられる．

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} &= (1, -1, 2, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, -2, -2, -2, -2), \\
\mathbf{x}_1 &= (1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0), \\
\mathbf{x}_2 &= (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
\end{aligned}$$

最小二乗（OLS）推定値は次の目的関数を最小にする係数パラメータとして与えられる．

$$S(\beta_1, \beta_2) = \sum_{i=1}^{13} (y_i - x_{1,i}\beta_1 - x_{2,i}\beta_2)^2$$

このとき，以下のすべての問いに答えなさい．

1．係数パラメータ β_1 と β_2 の OLS 推定値 b_1 と b_2 を求めなさい．

2．非負の λ を所与とした，新たな目的関数を次のように定義する．

$$T(\beta_1, \beta_2) = \sum_{i=1}^{13} (y_i - x_{1,i}\beta_1 - x_{2,i}\beta_2)^2 + \lambda(|\beta_1| + |\beta_2|), \quad \lambda \geq 0$$

ただし，$|a|$ は a の絶対値を表している．

（１）(β_1^*, β_2^*) を上記の目的関数を最小にする係数パラメータとする．この最適解が $(\beta_1^*, \beta_2^*) = (0, 0)$ となるための λ の条件を求めなさい．

（２）最適解のうち一方について $\beta_1^* = 0$ となるための λ の条件を求めなさい．

3．パラメータ λ が上記の $T(\beta_1, \beta_2)$ に関する最小化問題においてどのような役割を果たしているかについて簡潔に説明しなさい．

問題 IV．　以下，確率過程 $\{X_t : t = \cdots, -1, 0, 1, \cdots\}$ を $\{X_t\}$ と書く．以下のすべての問いに答えなさい．

1．確率過程 $\{X_t\}$ が弱定常である定義を説明しなさい．

2．$\{U_t\}$ は平均 0，分散 $\sigma^2 (> 0)$ を持つ独立同一な分布に従う確率変数列であるとする．実数 c, α に対して，

$$X_t = c + \alpha X_{t-1} + U_t$$

のような確率過程 $\{X_t\}$ を考える．ただし，$|\alpha| < 1$ を仮定する．

（１）仮定 $|\alpha| < 1$ から何が言えるか？

（２）平均 $\mathbb{E}[X_t]$ を求めなさい．さらに，U_t が X_{t-1} と独立になることを用いて，分散 $\mathbb{V}[X_t]$ を求めなさい．

3．２で与えた $\{U_t\}$ 及び，実数 c, α_1, α_2 に対して，

$$X_t = c + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + U_t$$

のような確率過程 $\{X_t\}$ を考える．

（１）確率過程 $\{X_t\}$ が弱定常であるための (α_1, α_2) の条件を求めなさい．

（２）3 以上の自然数 n に対して，時系列データ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ を観測した．(c, α_1, α_2) の推定法について説明しなさい．

4．$\{\epsilon_t\}$ は独立同一な標準正規分布 $\mathrm{N}(0,1)$ に従う確率変数列とする．実数 μ と正数 τ,θ に対して，

$$X_t = \mu + \epsilon_t \sqrt{\tau + \theta X_{t-1}^2}$$

のような確率過程 $\{X_t\}$ を考える．ただし，ϵ_t は $X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots$ と独立であるとする．

（1）$\mu_t = \mathbb{E}[X_t|X_{t-1}]$, $\sigma_t^2 = \mathbb{V}[X_t|X_{t-1}]$ とおく．μ_t と σ_t^2 を求めなさい．

（2）X_t が X_{t-1} と無相関であることを示しなさい．

（3）2以上の自然数 n に対して，時系列データ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ を観測した．(μ,τ,θ) の推定法について説明しなさい．

英語問題文 (English Version)

Answer <u>either</u> of the following two questions, Question I and II, and <u>either</u> of the following two questions, Question III and IV.

Question I. Given a probability density f,

$$M_f(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\theta x} f(x)\,dx$$

is "the moment generating function." Further, given probability densities g,h,

$$(g*h)(s) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)h(s-t)\,dt \quad (-\infty < s < \infty)$$

is "the convolution of g and h," where $g*h$ is also a probability density. Answer <u>all</u> the following questions.

1. Let $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\,dt$.
   (1) Find the Jacobian of the transformation $s = r\cos\psi$, $t = r\sin\psi$.
   (2) Using the result (1), show that $I^2 = \pi$.
2. Given a real number μ and a positive number σ^2, let

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < t < \infty)\,.$$

   (1) Show that f is a probability density.

(2) Find the moment generating function $M_f(\theta)$.

3. Given real numbers μ_1 and μ_2, let

$$g_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu_1)^2}{2}}, \quad g_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu_2)^2}{2}} \quad (-\infty < t < \infty).$$

Find the convolution $(g_1 * g_2)(s)$, and give the name of this distribution.

4. What is the meaning of the convolution?

Question II. Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be a random sample of size n, where the population distribution is a Poisson distribution with parameter τ ($\tau > 0$). Let $\bar{X} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} X_i$ denote the sample mean. Then, answer all the following questions.

1. Show that the mean of X_i is τ, and that the variance of X_i is also τ ($\mathbb{E}[X_i] = \mathbb{V}[X_i] = \tau$).
2. Find the mean ($\mathbb{E}[\bar{X}]$) and the variance ($\mathbb{V}[\bar{X}]$) of the sample mean.
3. Let Z denote the standardized sample mean, where Z is defined as

$$Z = \frac{\bar{X} - \mathbb{E}[\bar{X}]}{\sqrt{\mathbb{V}[\bar{X}]}}.$$

   (1) What is the sampling distribution of Z when the sample size is sufficiently large. State the result (the proof is not necessary).

   (2) What is the sampling distribution of Z^2 when the sample size is sufficiently large. State the result (the proof is not necessary).

4. Let $c_{m,\alpha}$ be the $(1-\alpha)$-th quantile of the chi-squared distribution with m degrees-of-freedom ($\Pr[\chi^2(m) \le c_{m,\alpha}] = 1-\alpha$), and d_α be the $(1-\alpha)$-th quantile of the standard normal distribution ($\Pr[\mathrm{N}(0,1) \le d_\alpha] = 1-\alpha$). Then find the 95% confidence interval for τ based on the sampling distribution of the statistic Z^2 or the statistic Z.

Question III. Consider a linear regression analysis with two independent variables, x_1 and x_2,

$$y_i = x_{1,i}\beta_1 + x_{2,i}\beta_2 + u_i, \quad i = 1, 2, \ldots, 13.$$

The number of observation is 13. The dependent variable y and the independent vaiables are given as follows,

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= (1, -1, 2, 2, 1, 0, 0, 0, 0, -2, -2, -2, -2), \\ \mathbf{x}_1 &= (1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0), \\ \mathbf{x}_2 &= (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1). \end{aligned}$$

The ordinary least squares (OLS) estimates are obtained as the minimizer of the following criterion function,

$$S(\beta_1, \beta_2) = \sum_{i=1}^{13} (y_i - x_{1,i}\beta_1 - x_{2,i}\beta_2)^2.$$

Then, answer <u>all</u> the following questions.

1. Find the OLS estimates of β_1 and β_2, b_1 and b_2.
2. Consider the following criterion function (given a non-negative λ),

$$T(\beta_1, \beta_2) = \sum_{i=1}^{13} (y_i - x_{1,i}\beta_1 - x_{2,i}\beta_2)^2 + \lambda(|\beta_1| + |\beta_2|), \quad \lambda \geq 0,$$

   where $|a|$ is the absolute value of a.

   (1) Let (β_1^*, β_2^*) be the minimizer of the above criterion function. Find the condition of λ for $(\beta_1^*, \beta_2^*) = (0, 0)$.

   (2) Find the condition of λ for $\beta_1^* = 0$.

3. Describe concisely how the parameter λ works in the minimization problem of the criterion function $T(\beta_1, \beta_2)$.

Question IV. In what follows, the stochastic process $\{X_t : t = \cdots, -1, 0, 1, \cdots\}$ is denoted by $\{X_t\}$, in short. Answer <u>all</u> the following questions.

1. What is the definition of "weakly stationarity" of the stochastic process $\{X_t\}$?
2. Let $\{U_t\}$ be an iid sequence of random variables having mean 0 and variance $\sigma^2 (> 0)$. Consider the stochastic process $\{X_t\}$, given by

$$X_t = c + \alpha X_{t-1} + U_t\,,$$

   where c and α are real numbers. Assume $|\alpha| < 1$.

(1) What is the meaning of $|\alpha| < 1$?

(2) Find the expectation $\mathbb{E}[X_t]$. Furthermore, using the fact that U_t is independent of X_{t-1}, find the variance $\mathbb{V}[X_t]$.

3. Consider the stochastic process $\{X_t\}$, given by

$$X_t = c + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + U_t \,,$$

where c, α_1 and α_2 are real numbers, and $\{U_t\}$ is the same as in 2.

(1) Find the stationary condition on (α_1, α_2).

(2) Given an integer $n(\geq 3)$, let $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ be an observed time series. Explain how to estimate (c, α_1, α_2).

4. Let $\{\epsilon_t\}$ be an iid sequence of random variables distributed as $\mathrm{N}(0, 1)$. Given a real number μ and positive numbers τ, θ, consider the stochastic process $\{X_t\}$, given by

$$X_t = \mu + \epsilon_t \sqrt{\tau + \theta X_{t-1}^2} \,.$$

Here, we assume that ϵ_t is independent of $X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots$. Answer <u>all</u> the following questions.

(1) Let $\mu_t = \mathbb{E}[X_t | X_{t-1}]$ and $\sigma_t^2 = \mathbb{V}[X_t | X_{t-1}]$. Find μ_t and σ_t^2.

(2) Show that X_t and X_{t-1} are uncorrelated.

(3) Given an integer $n(\geq 2)$, let $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ be an observed time series. Explain how to estimate (μ, τ, θ).

経営学

日本語問題文（Japanese version）
問題 I，問題 II の両方に解答しなさい．

問題 I.　製品ライフサイクルにおける戦略について，以下の問いに答えなさい．

（１）導入段階に企業の利用できる優位とは何か．

（２）その優位を生み出す３つの主要な源泉は何か．

（３）それぞれの主要な源泉について説明しなさい．

（４）それら３つの主要な源泉が優位に及ぼす影響について説明しなさい．

問題 II.　職務設計が動機づけに与える影響を説明しなさい．

英語問題文（English version）
Answer the following two questions, Question I and Question II.

問題 I.　Answer the following questions about the strategy of introduction stage in the product life cycle.

(1) What is the advantage that firms face in the introduction stage?

(2) What are the three main sources of this advantage?

(3) Explain these three main sources.

(4) Explain how these sources affect the advantage.

問題 II.　Explain the effects of job design on work motivation.

会計学

日本語問題文 (Japanese Version)
問題 I，問題 II の両方に解答しなさい．

問題 I.　のれんの定義を示し，その認識・測定および減損の方法を説明しなさい．

問題 II.　分権化の特徴について説明しなさい．

英語問題文 (English Version)
Answer the following two questions, Question I and Question II.

Question I. Give the definition of goodwill and explain its recognition, measurement, and impairment methods.

Question II. What are the features of decentralization? Explain.

オペレーションズ・リサーチ

日本語問題文 (Japanese Version)
問題 I，問題 II の両方に解答しなさい．

問題I.　以下のすべての問いに答えなさい．

1．つぎの線形計画問題 (P) の最適解および最適値を単体法を用いて求めなさい．

$$
\begin{array}{lll}
\text{問題 (P)} & \max & 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 \\
& \text{subject to:} & \\
& & x_1 - 2x_2 + x_3 = -4 \\
& & 4x_2 + x_3 \leq 12 \\
& & x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0
\end{array}
$$

2．問題 (P) の双対問題 (D) を求めなさい．

3．問題 (P) の第一制約の潜在価格を求めなさい．

問題II.　以下の１，２，３すべてに答えなさい

1．TOPIX を市場ポートフォリオと考える．TOPIX のリターンは $\mu_M = 0.05$ (5%)，収益率の標準偏差は $\sigma_M = 0.20$ (20%) であった．また，ある株式 A について，収益率の標準偏差は $\sigma_A = 0.15$ (15%) であった．無リスク金利を $r = 0.04$ (4%)，また市場ポートフォリオと株式 A の収益率に関する共分散は $\sigma_{AM} = 0.015$ だった．CAPM に関する以下の（１）―（６）に答えよ．

（１）TOPIX と株式 A について収益率の相関係数を求めなさい．

（２）株式 A のベータを求めなさい．

（３）TOPIX に関するリスクの市場価格を求めなさい．

（４）均衡における株式 A のリターン μ_A を求めなさい．

（５）点 A(σ_A, μ_A)，点 M(σ_M, μ_M) と資本市場線との関係図を描きなさい．点 A が資本市場線上にある理由もしくは無い理由を,「リスクの市場価格」の意味を踏まえて論じなさい．

（６）（５）で描いた図にTOPIXの実行可能ポートフォリオを，点Aの位置に注意しながら，模式的に描きなさい．

２．満期を１年，確率 p で，株価は u 倍になり，確率 $(1-p)$ で，d 倍になる一期間二項モデルを考える．ただし，現在の株価を S 円，無リスク金利は r で一定とする．以下の（１）―（２）に答えよ．

（１）あるオプションの価格は，株価が u 倍になるときに C_u，株価が d 倍になるときに C_d である．このオプションの価格を，株式 x 単位，無リスク資産 y 単位を用いて複製せよ．

（２）（１）で用いたオプションの現時点における理論価格を求めよ．

英語問題文 (English Version)
Answer the following two questions，Question I and Question II.

Question I. Answer all the following questions.

1. Solve the following linear programming problem (P) using the simplex method.

$$
\begin{array}{llrl}
\text{(P)} & \max & 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 & \\
& \text{subject to:} & & \\
& & x_1 - 2x_2 + x_3 & = -4 \\
& & 4x_2 + x_3 & \leq 12 \\
& & x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 &
\end{array}
$$

2. Construct the dual problem of the problem (P).

3. Find the shadow price for the first constraint of the problem (P).

Question II. Answer all the following questions.

1. Suppose that the market portfolio is given by TOPIX. Suppose that the return of TOPIX equals $\mu_M = 0.05$ (5%), and the volatility of the return is $\sigma_M = 0.20$ (20%). Suppose also that a stock A's volatility of the return

equals $\sigma_A = 0.15$ (15%), risk-free interest rate is constant and given by $r = 0.04$ (4%), and the covariance of TOPIX and stock A's return is given by $\sigma_{AM} = 0.015$. Answer the following six questions as to CAPM.

(1) Derive the coefficient of correlation between TOPIX and stock A's return.

(2) Derive β of stock A.

(3) Derive the market price of risk for TOPIX.

(4) Derive the return of stock A under the equilibrium by CAPM.

(5) Draw a relationship figure about point A(σ_A, μ_A), point M(σ_M, μ_M) and the capital market line. Explain the reason why point A is on the capital market line or not, considering the meaning of the market price of risk.

(6) Draw a feasible portfolio in the figure written in (5), considering the location of point A.

2. Suppose that the maturity of an option is given by T. Suppose a binomial model in which an initial stock price will increase by u times with probability p and by d times with probability $1-p$, where the initial stock price is given by S and a risk-free interest rate is given by r. Answer the following two questions.

(1) Consider an option contract of which the price becomes C_u when the stock price increases by u times, and the price becomes C_d when the stock price increases by d times. Replicate this option by x units of the stock and y units of borrowing or lending by the risk-free interest rate.

(2) Derive the theoretical price of the option used in (1) at the present time.