

マクロ及びミクロ経済学 (Macroeconomics and Microeconomics)

出題の趣旨・解答例

問題 I

1.

(1) 利潤関数は $K^{0.5} \cdot L^{0.5} - 0.1K - wL$ である。資本に関する一階の条件 $0.5K^{-0.5} \cdot L^{0.5} - 0.1 = 0$ を変形して、 $\frac{K}{L} = 25$ を得る。これを労働に関する一階の条件 $0.5K^{0.5} \cdot L^{-0.5} - w = 0$ に代入して、 $w = 2.5$ を得る。

(2) 問題文より $Y = 10$, 前問より $L = \frac{K}{25}$ である。これらを生産関数に代入し変形すると $K = 50$ を得る。よって、前期の資本量が 50 で、資本減耗率が 0 の場合、最適な投資額は 0 である。

2.

(1) 各期の予算制約式は $C_{Y,t} + S_t = Y - T$ 及び $C_{O,t+1} = (1+r)S_t + T$ である。これらを統合し生涯の予算制約式 $C_{Y,t} + \frac{C_{O,t+1}}{1+r} = Y - \frac{rT}{1+r}$ を得る。効用最大化問題の一階の条件より、 $C_{Y,t} = \frac{C_{O,t+1}}{1+r}$ を得る。これを生涯の予算制約式と連立して、 $C_{Y,t} = \frac{Y - \frac{rT}{1+r}}{2}$ を得る。

(2) $\frac{dC_{Y,t}}{dT} = -\frac{r}{2(1+r)} < 0$ であるから、負の影響を与える。

問題 II.

(1) 個人の効用関数を $412x - \frac{x^2}{2} + (I - px)$ に書きかえる。一階条件より $p = 412 - x$, 需要関数: $x = 412 - p$.

企業の利潤関数は $px - \left(\frac{x^2}{2} + 12x\right)$ であり、一階条件より $p = 12 + x$, 供給関数: $x = p - 12$.

x 財の市場均衡生産量： $x_m = 200$.

市場均衡価格： $p_m = 212$.

(2) 消費者・生産者余剰： $200 * 200 * 0.5 = 20000$.

あるいは,

$$\text{消費者余剰} : \int_0^{x_m} (U' - p) dx = 412x_m - \frac{x_m^2}{2} - p_m * x_m = 20000.$$

$$\text{生産者余剰} : \int_0^{x_m} (p - C') dx = p_m * x_m - \left(\frac{x_m^2}{2} + 12x_m \right) = 20000.$$

社会的余剰：消費者余剰＋生産者余剰.

(3) 税により、一単位の x を生産すると、費用は10上昇し、利潤最大化の結果得られる供給関数は $p = 12 + x + 10$ になる.

新たな市場均衡価格： $p'_m = 217$.

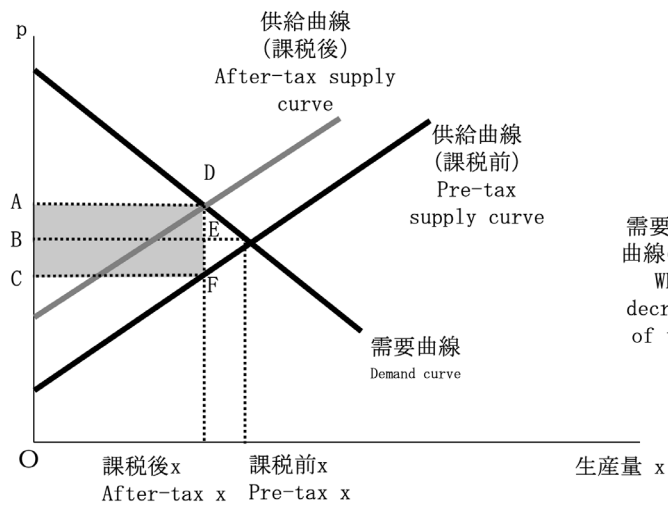
新たな市場均衡数量： $x'_m = 195$.

社会的余剰の減少分： $0.5 * (x_m - x'_m) * [p'_m - (12 + x'_m)] = 0.5 * (x_m - x'_m) * 10 = 0.5 * 5 * 10 = 25$.

税金の消費者負担： $[p'_m - p_m] * x'_m = 975$.

税金の生産者負担： $[p_m - (12 + x'_m)] * x'_m = 975$.

(4) 需要の価格弾力性が小さくなった場合、消費者の負担が大きく（生産者負担が小さく）なる.



Question I.

(Body of the question does not need to be written. The purpose of the question should be stated in 200-400 字.)

1.

(1) The profit function is $K^{0.5} \cdot L^{0.5} - 0.1K - wL$. By rearranging the first-order condition with respect to capital $0.5K^{-0.5} \cdot L^{0.5} - 0.1 = 0$, we obtain $\frac{K}{L} = 25$. Substituting this into the first-order condition with respect to labor $0.5K^{0.5} \cdot L^{-0.5} - w = 0$, we obtain $w = 2.5$.

(2) From the problem statement, $Y = 10$, and from the previous problem, $L = \frac{K}{25}$. Substituting these into the production function and rearranging gives $K = 50$. Thus, when the capital from the previous period is 50 and the depreciation rate is 0, the optimal investment amount is 0.

2.

(1) The budget constraint for each period is $C_{Y,t} + S_t = Y - T$ and $C_{O,t+1} = (1+r)S_t + T$. By combining these, we obtain the lifetime budget constraint as follows $C_{Y,t} + \frac{C_{O,t+1}}{1+r} = Y - \frac{rT}{1+r}$. From the first-order condition on the utility maximization problem, we obtain $C_{Y,t} = \frac{C_{O,t+1}}{1+r}$. Substituting this in to the lifetime budget constraint yields $C_{Y,t} = \frac{Y - \frac{rT}{1+r}}{2}$.

(2) Since $\frac{dC_{Y,t}}{dT} = -\frac{r}{2(1+r)} < 0$, it has a negative impact.

Question II.

(1) The individual's utility function can be rewritten as $412x - \frac{x^2}{2} + (I - px)$.

Taking the first-order condition we have $p = 412 - x$.

Thus, the demand function is $x = 412 - p$.

The firm's profit function is: $px - \left(\frac{x^2}{2} + 12x\right)$, Taking the first-order condition $p = 12 + x$. Thus, the supply function is: $x = p - 12$.
Setting demand equal to supply to find the market equilibrium: $412 - p = p - 12$.

Market Equilibrium $x_m = 200$, $p_m = 212$.

(2) Consumer or Producer Surplus Calculation: $200 * 200 * 0.5 = 200000$.

Alternatively, we can calculate them separately:

Consumer Surplus

$$\int_0^{x_m} (U' - p) dx = 412x_m - \frac{x_m^2}{2} - p_m * x_m = 20000$$

Producer Surplus

$$\int_0^{x_m} (p - C') dx = p_m * x_m - \left(\frac{x_m^2}{2} + 12x_m\right) = 20000$$

Total Social Surplus=Consumer Surplus +Producer Surplus.

(3) With a per-unit environmental tax, the firm's profit-maximizing supply function changes to:

$$p = 12 + x + 10$$

Solving for new equilibrium:

$$p'_m = 217$$

$$x'_m = 195$$

Reduction in Social Surplus:

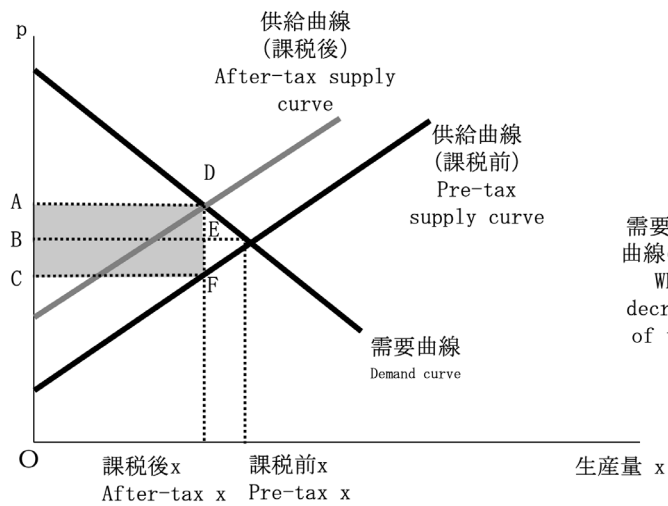
$$0.5 * (x_m - x'_m) * [p'_m - (12 + x'_m)] = 0.5 * (x_m - x'_m) * 10 = 0.5 * 5 * 10 = 25$$

Tax Burden:

Consumer burden: $[p'_m - p_m] * x'_m = 975$.

Producer burden : $[p_m - (12 + x'_m)] * x'_m = 975$.

(4) When the price elasticity of demand decreases, the consumer bears a larger share of the tax burden, while the producer relatively bears a smaller share.



経済思想 (Economic Thought)

出題の趣旨

問題Ⅰ．この問題は、経済思想に関する基本的な知識を問うものである。デイビッド・ヒュームは、イギリスにおける啓蒙主義思想の代表的な人物である。ヒュームの『道徳・政治・文学論集』（『政治論集』）は、重要な著作である。経済思想の観点からヒュームを評価する場合、当時のイギリスの支配的な産業政策に対する、ヒュームの見解が重要である。ヒュームは、農業を経済の中心とみなす農本主義を批判した。代わって、奢侈品を生産する製造業の役割を評価した。またヒュームは、貨幣量が商品の総量に見合った水準にとどまるべきであるとして、人為的な紙幣や公債の発行を制限すべきであるという政策的立場をとった。さらにヒュームは、貨幣数量説の純粹理論を批判して、貨幣量の増加が経済に対して、時間を通じて複雑な影響を及ぼすことを考察した。ヒュームは政治経済学を、道徳学とは異なる社会科学であるとみなし、自然科学の方法を取り入れて考察した。こうした方法論にも、独自の貢献がある。

問題Ⅱ．近代の経済思想に関する基本的な知識を必要とする問題である。シュンペーターは 20 世紀に活躍したオーストリア＝ハンガリー帝国生まれの思想家であり、主要な著作として『景気循環論』、『資本主義・社会主義・民主主義』、『経済分析の歴史』などがある。彼は経済理論から経済史や社会学、歴史学へと視野を広げ、総合的社会科学の構築を目指した。シュンペーターによれば、ワルラスの一般均衡論は静態的な経済分析であるが、資本主義の本質は動態的であり、動態的な経済分析が必要である。経済成長の動因は市場におけるリーダーである企業者によるイノベーションであり、景気循環はその普及と停滞に基づく。さらに、資本主義の発展に伴い企業者がイノベーションを行う動機が衰退し、資本主義は社会主義に至ると考えた。本設問においては、このようなシュンペーターの思想の思想史的位置付けや思想の特徴を理解しているかが問われる。

Question I. This question asks for basic knowledge of economic thought. David Hume is a leading figure of Enlightenment thought in England.

Hume's "Essays on Morals, Politics, and Literature" (Political Essays) is an important work. When evaluating Hume from the perspective of economic thought, it is important to note his views on the dominant industrial policy in England at the time. Hume criticized agrarianism, which regarded agriculture as the center of the economy. Instead, he valued the role of manufacturing in the production of luxuries. Hume also took the policy position that the quantity of money should be kept at a level commensurate with the total quantity of commodities, and that the artificial issuance of paper money and public debt should be restricted. Hume also criticized the pure theory of the quantity of money and analyzed the complex effects of an increase in the quantity of money on the economy over time. Hume considered political economy to be a social science distinct from moral science, incorporating the methods of the natural sciences. His methodological considerations also show his unique contributions.

Question II. This is a question that requires a basic knowledge of modern economic thought. Joseph Schumpeter was an Austrian-Hungarian economist of the 20th century. His major works include *Business Cycles*, *Capitalism, Socialism and Democracy*, and *History of Economic Analysis*. He broadened his perspective from economic theory to economic history, sociology and history, and aimed to construct a comprehensive social science. According to Schumpeter, Walras' general equilibrium theory is a static economic analysis, but the essence of capitalism is dynamic. The driving force of economic growth is innovation by entrepreneurs who are market leaders, and business cycles are based on the spread and stagnation of this innovation. He also believed that as capitalism developed, the motivation for entrepreneurs to innovate would diminish, and capitalism would lead to socialism. This question asks you to understand the historical positioning of Schumpeter's ideas and the characteristics of his ideas.

経済史 (Economic History)

出題の趣旨・解答例

問題 I. 本設問の目的は、グローバル経済および植民地主義の端緒を問うものである。ポルトガルとスペインは大航海時代を代表する二ヶ国である。ポルトガルは 15 世紀には西太平洋やアフリカに進出し、喜望峰航路発見以降はアジアに進出し香辛料貿易の独占を図った。スペインはコロンブスの探検、新大陸アメリカに移民と貿易を拡大し、とくにペルーのポトシなどで銀山を発見すると大量の銀を欧州に流入させた。しかし、両国とも産業育成には失敗し、産業革命は英国に譲ることになった。ポルトガル・スペインの交易先としてアフリカや中南米、アジア、日本を論じても良い。

Question I. The purpose of this question is to ask about the origins of global economy and colonialism. Portugal and Spain are two countries that represent the great exploration. Portugal advanced into the Western Pacific and Africa, and after the discovery of the Cape of Good Hope route, it spread to Asia and attempted to monopolize the spice trade. Spain expanded immigration and trade to the New World of America after the exploration of Columbus. Especially after discovering silver mines in Potosi, Peru, it flowed large amounts of silver into Europe. However, both countries failed to develop industry, and the Industrial Revolution was handed over to Britain.

問題 II. 本設問の目的は、日本経済史に関する基本知識の習得度を確認することである。日本経済史の通説的な理解では、明治中期の企業勃興から日露戦後に至る時期が産業革命の時代とされる。したがって、当該期の産業史について、特定の産業を取り上げて詳しく叙述すればよい。紡績業、製糸業、鉱山業、重工業などの重要産業を取り上げることが想定されるが、どの産業を取り上げるかは解答者の判断に委ねられているので、例えば在来産業や農業などを取り上げてよい。日本経済史研究の特徴の一つは、産業史的なアプローチによる研究の蓄積が厚い点にあるため、そうした研究状況を反映した設問となっている。

Question II. The purpose of this question is to test whether a candidate has acquired a basic knowledge of the economic history of Japan. The Industrial Revolution period refers to the period from the enterprise boom in the mid-Meiji period to the period after the Russo-Japanese War. Therefore, it is sufficient to take a specific industry and describe its industrial history in detail. It is expected that key industries such as spinning, silk manufacturing, mining, and heavy industry will be selected, but it is up to the candidate to decide which industries to target, so traditional industries and agriculture may be targeted. Since one of the characteristics of research on Japanese economic history is the accumulation of studies based on an industrial history approach, this question reflects the state of such research.

問題 III. 本設問の目的は、日本経済史に関するやや応用的な知識の習得を確認することである。日本型雇用システムとは、長期継続雇用（終身雇用）、年功賃金制、企業別組合の組み合わせからなる雇用システムのことである。こうした雇用システムは、日本に特徴的なものとされ、第2次世界大戦後の高度経済成長期からオイルショックを経た安定成長期までの間に、多くの大企業に広がりを見せた。日本型雇用システムの成立過程としては、以下の歴史が重要である。第一に、両大戦間期に民間大企業の職員層の間で定着を見たが、職工については部分的なものにとどまった。第二に、戦時期における賃金統制と産業報国会が重要な意味をもった。第三に、敗戦後の民主化政策のなかで企業別組合が本格的に成立し、そのもとで電産型賃金が影響力を有した。第四に、復興期に起こった大争議の経験を経たことで、経営側は協調的な労使関係を志向し、従業員の雇用維持に努める姿勢に転じた。本設問の解答としてはおおむね以上の点があげられるだろうが、正解はこの限りではない。

Question III. The purpose of this question is to test whether a candidate has acquired a somewhat applied knowledge of the economic history of Japan. The Japanese-style employment system is an employment system consisting of a combination of various elements: long-term continuous employment (lifetime employment), seniority-based wage system, and company-based unions. This employment system is considered characteristic of Japan and spread to many large companies during the period of high economic growth after World War II and the period of stable growth after the oil shocks. The following history is important in the process of establishing the Japanese-style employment system. First, it took root among white-collar workers in large private-sector firms during the interwar period, but only partially among blue-collar workers.

Second, wage controls and great Japan association for service to the
though industry (*Sangyō Hōkokukai*) were important during the
wartime period. Third, in the postwar democratization policy,
enterprise-based unions were established in earnest, and under these
unions, the living wage system gained influence. Fourth, after the
experience of the major labor disputes that occurred during the
reconstruction period, management turned toward cooperative labor-
management relations and a commitment to maintaining the
employment of its employees. The answers to this question can be
summarized in the above points, but the correct answers are not
limited to these points.

問題 IV. 本設問の目的は、戦後復興や国際援助の理解を問うことである。第二次世界大戦は、疲弊した欧州経済に対しアメリカが主導権を握る契機ともなった。マーシャル・プランは米国からの経済支援として欧州復興に大きな効果があった。とくに西ドイツの復興は米ソ冷戦の中で資本主義の有効性を示す意味も持った。その結果として形成された欧州経済協力機構(OEEC)等の多国間の枠組みはその後の欧州統合の基盤ともなった。日本や韓国・台湾の経済復興やパックス・アメリカナ、国際援助論に言及しても良い。

Question IV. The purpose of this question is to test an understanding of post-war reconstruction and international aid. World War II was an opportunity for America to take the initiative for reviving the exhausted European economy. The Marshall Plan was a form of economic aid from the United States that had a major effect on European reconstruction. The reconstruction of West Germany demonstrated the effectiveness of capitalism during the Cold War between the United States and the Soviet Union. Multilateral frameworks such as the Organization for European Economic Cooperation (OEEC) that were formed as a result of the Plan became the foundation for European integration. The Pax Americana, the economic reconstruction of Japan, South Korea, and Taiwan, and various practices of international aid could be also explained.

統計学 (statistics) ・ 解答例

Question I.

1. It is easy to see that $E(Y_1) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 1 + 1 + 1 = 3$.
2. Derivation 1 (this is elegant): Noting that $Y_2 = \frac{X_1}{X_1+X_2}$ and $1 - Y_2 = \frac{X_2}{X_1+X_2}$ have the same distribution, it is shown that $1 = E(Y_2) + E(1 - Y_2) = 2E(Y_2)$, i.e., $E(Y_2) = 1/2$.
You can derive $E(Y_2) = 1/2$ after answering the items 3 and 4 below; however, such a derivation is not elegant.
3. The Jacobian of this transformation is $y_1^2 y_3$. The joint density function of Y_1, Y_2, Y_3 is $y_1^2 y_3 e^{-y_1}$ for $y_1 > 0, 0 < y_2 < 1, 0 < y_3 < 1$.
4. In view of the item 3, the marginal densities of Y_1, Y_2 and Y_3 are shown to be $y_1^2 e^{-y_1}/2$ ($y_1 > 0$), 1 ($0 < y_2 < 1$) and $2y_3$ ($0 < y_3 < 1$), respectively. The random variables Y_1, Y_2, Y_3 are independent.

問題 II. 1. a と λ を正の実数とする. 密度関数 $f_{\text{Gam}}(t) = \begin{cases} ct^{a-1}e^{-\lambda t}, & t > 0, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$ を持つ確率分布をガンマ分布といい, $\text{Gam}(a, \lambda)$ と記す.

(1) ガンマ関数 $\Gamma(a)$ の定義: $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1}e^{-t}dt$.

f_{Gam} が密度関数となる定数 c : $c = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)}$.

(2) $X \sim \text{Gam}(a, \lambda)$ とする. 正の実数 b に対して $E[X^b]$: $E[X^b] = \frac{\Gamma(a+b)}{\lambda^b \Gamma(a)}$.

(3) 正の実数 b に対して, $f_b(t) = \begin{cases} c't^b f_{\text{Gam}}(t), & t > 0, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$ が密度関数となる定数 c' : $c' = \frac{\lambda^b \Gamma(a)}{\Gamma(a+b)}$.

$t > 0$ で密度関数 $c't^b f_{\text{Gam}}(t) = c'ct^{a+b-1}e^{-\lambda t} = \frac{\lambda^{a+b}}{\Gamma(a+b)}t^{a+b-1}e^{-\lambda t}$ を持つ確率分布は $\text{Gam}(a+b, \lambda)$.

2. μ を実数, σ^2 を正の実数とする.

(1) 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の密度関数 p : $p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < t < \infty$.

(2) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ の積率母関数 $E[e^{\theta X}]$ (ただし, θ は実数):

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\theta t} p(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{t^2 - 2(\mu + \sigma^2 \theta)t + \mu^2}{2\sigma^2}} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\{t - (\mu + \sigma^2 \theta)\}^2 - 2\mu\sigma^2\theta - \sigma^4\theta^2}{2\sigma^2}} dt = \underline{\underline{e^{\mu\theta + \frac{\sigma^2\theta^2}{2}}}}.$$

3. μ を実数, σ^2 を正の実数とする. 密度関数 $f_{\text{LN}}(t) = \begin{cases} \frac{c}{t} e^{-\frac{(\log t - \mu)^2}{2\sigma^2}}, & t > 0, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$ を持つ確率分布を対数正規分布といい, $\text{LN}(\mu, \sigma^2)$ と記す.

(1) f_{LN} が密度関数となる定数 c :

$$\int_0^\infty \frac{c}{t} e^{-\frac{(\log t - \mu)^2}{2\sigma^2}} dt = c\sqrt{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(s-\mu)^2}{2\sigma^2}} ds = 1 \implies c = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}.$$

(2) $Y \sim \text{LN}(0, \sigma^2)$, $X \sim \text{N}(0, \sigma^2)$ に対して $E[Y^b] = E[e^{bX}]$ を示す (ただし, b は実数):

$$\underline{\underline{E[Y^b] = \int_0^\infty t^b \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\log t)^2}{2\sigma^2}} dt = \int_{-\infty}^\infty e^{bs} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}} ds = E[e^{bX}] (= e^{\frac{\sigma^2 b^2}{2}}).}}$$

(3) g を $\text{LN}(0, \sigma^2)$ の密度関数とする. 実数 b に対して, $g_b(t) = \begin{cases} c' t^b g(t), & t > 0, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$ が密度

関数となる定数 c' : $\underline{\underline{c' = e^{-\frac{\sigma^2 b^2}{2}}.}}$

$t > 0$ で密度関数

$$c' t^b g(t) = e^{-\frac{\sigma^2 b^2}{2} + b \log t} \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\log t)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\log t)^2 - 2b\sigma^2 \log t + \sigma^4 b^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\log t - b\sigma^2)^2}{2\sigma^2}}$$

を持つ確率分布は $\underline{\underline{\text{LN}(b\sigma^2, \sigma^2).}}$

Question III.

1. The least squares estimators are derived by minimizing $\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \alpha_1 - \beta_1 x_i)^2$.
- 2, 3 and 4. It is straightforward to see that

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n u_{1i} &= \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 x_i) = n(\bar{y}_1 - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 \bar{x}) = 0, \\ \sum_{i=1}^n u_{1i}^2 &= \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{1i} - \bar{y}_1 - \hat{\beta}_1 (x_i - \bar{x}) \right\}^2 \\ &= S_{11} + \hat{\beta}_1^2 S_{xx} - 2\hat{\beta}_1 S_{x1} = S_{11} - S_{x1}^2 / S_{xx} = (1 - R_{x1}^2) S_{11}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n u_{1i} u_{2i} &= \sum_{i=1}^n (y_{1i} - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 x_i)(y_{2i} - \hat{\alpha}_2 - \hat{\beta}_2 x_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_{1i} - \bar{y}_1 - \hat{\beta}_1 (x_i - \bar{x}) \right\} \left\{ y_{2i} - \bar{y}_2 - \hat{\beta}_2 (x_i - \bar{x}) \right\} \\ &= S_{12} + \hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 S_{xx} - \hat{\beta}_2 S_{x1} - \hat{\beta}_1 S_{x2} = S_{12} - S_{x1} S_{x2} / S_{xx}, \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^n u_{1i} u_{2i}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n u_{1i}^2) (\sum_{i=1}^n u_{2i}^2)}} &= \frac{S_{12} - S_{x1} S_{x2} / S_{xx}}{\sqrt{(1 - R_{x1}^2) S_{11} (1 - R_{x2}^2) S_{22}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(1 - R_{x1}^2)(1 - R_{x2}^2)}} \left(R_{12} - \frac{S_{x1}}{\sqrt{S_{xx} S_{11}}} \frac{S_{x2}}{\sqrt{S_{xx} S_{22}}} \right) \\ &= \frac{R_{12} - R_{x1} R_{x2}}{\sqrt{(1 - R_{x1}^2)(1 - R_{x2}^2)}}. \end{aligned}$$

問題 IV . 重回帰モデル

$$[M] \quad Y_i = c + x_{i1}\beta_1 + \cdots + x_{ik}\beta_k + U_i, \quad i = 1, \dots, n$$

を考える．ここに，説明変数 x_{ik} 's は非確率的な変数であり，誤差項 U_i 's は標準的仮定を満たす．

1 . 重回帰モデル [M] を次のように行列・ベクトル表示して

$$Y = X\theta + U \quad (\text{ここに, } \theta = (c, \beta_1, \dots, \beta_k)' \text{ とする})$$

と書くとき， $n \times 1$ 計画行列 X ， $n \times 1$ 観測ベクトル Y ， $n \times 1$ 誤差ベクトル U :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix}.$$

2 . $n \times n$ 行列 $P_X = X(X'X)^{-1}X'$ (ここに， $X'X$ は正則と仮定) . ただし， I_n は $n \times n$ 単位行列:

$$\underline{\underline{P_X X = X(X'X)^{-1}X'X = X}},$$

$$\underline{\underline{P_X' = \{X(X'X)^{-1}X'\}' = X\{(X'X)^{-1}\}'X' = X(X'X)^{-1}X' = P_X}},$$

$$\underline{\underline{(I_n - P_X)' = I_n - P_X' = I_n - P_X}},$$

$$\underline{\underline{P_X P_X = X(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1}X' = X(X'X)^{-1}X' = P_X}},$$

$$\underline{\underline{(I_n - P_X)(I_n - P_X) = I_n - P_X - P_X + P_X P_X = I_n - P_X}}.$$

3 . ベクトル v のノルムを $\|v\| = \sqrt{v'v}$ とする .

$$(1) \quad \underline{\underline{Y - X\theta = Y - P_X Y + P_X Y - X\theta = (I_n - P_X)Y - X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}}}.$$

(2) (1) と“(1)の転置”

$$Y - X\theta = (I_n - P_X)Y - X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\},$$

$$(Y - X\theta)' = Y'(I_n - P_X) - [X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}]'$$

に注意し，内積を計算していく:

$$\|Y - X\theta\|^2 = (Y - X\theta)'(Y - X\theta)$$

$$= Y'(I_n - P_X)'(I_n - P_X)Y \quad \leftarrow \text{2の3番目と最後の結果を注意}$$

$$- Y'(I_n - P_X)[X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}] \quad \leftarrow \text{2の最初の結果から0になる}$$

$$- [X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}]'(I_n - P_X)Y \quad \leftarrow \text{これも0になる}$$

$$+ [X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}]'[X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}]$$

$$= Y'(I_n - P_X)Y + \|X\{\theta - (X'X)^{-1}X'Y\}\|^2.$$

(3) 誤差の 2 乗和 $\sum_{i=1}^n \{Y_i - (c + x_{i1}\beta_1 + \cdots + x_{ik}\beta_k)\}^2$ を最小にする θ の最小 2 乗推定量 $\hat{\theta} = (X'X)^{-1}X'Y$ の偏微分を使わない導出法である .

すなわち ,

(2) から, $\|X\{\hat{\theta} - (X'X)^{-1}X'Y\}\|^2 = 0$ より $X\{\hat{\theta} - (X'X)^{-1}X'Y\} = 0_{n \times 1}$.

X' を掛けて, $X'X\{\hat{\theta} - (X'X)^{-1}X'Y\} = 0_{(k+1) \times 1}$. $(X'X)^{-1}$ を掛けて, $\hat{\theta} = (X'X)^{-1}X'Y$.

4 . 最小 2 乗推定量の性質を考えたい .

(1) 誤差項 U_i 's に関する標準的仮定:

* 平均ゼロ: $E[U_i] = 0, i = 1, \dots, n$.

* 分散均一: $V[U_i] = \sigma^2, i = 1, \dots, n$.

* 無相関: $Cov(U_i, U_j) = 0, i \neq j$.

なお, U_1, \dots, U_n が独立同一に正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従う, と書いても加点.

(2) BLUE の 3 つの頭文字 L , U , B の意味:

* L は線形 (linear) な推定量を考えていること.

* U は不偏 (unbiased) な推定量を考えていること.

* B は線形で不偏な推定量の中で分散が最小になるという意味で最良 (best) であること.

(3) 誤差項 U_i 's に関する標準的仮定が崩れたときにどのような問題が生じるか?

想定した解答: 分散不均一の場合に, 最小 2 乗推定量は (2) のような意味で最良でなく, 加重最小 2 乗推定量が最良となる (なお, 系列相関があるときには, 加重最小 2 乗推定量も最良でなく, 一般化最小 2 乗推定量が最良となる).

カイ 2 乗分布・t 分布・F 分布の正規標本論が使用出来ず, θ に関する t 検定や F 検定が意味をなさない, のような答案にも加点.

経営学
(Management and Business Administration)

出題の趣旨

問題Ⅰ.

出題の趣旨は、本問題を通して経営学において必要とされる基礎知識と論理的なスキルを確認することである。解答では、持続的イノベーションと破壊的イノベーションを区別し、破壊的イノベーションのプロセスを説明する必要がある。破壊とは、経営資源の少ない小さな企業が、既存の有力企業に挑んで成果をあげるプロセスをさしている。既存企業は、最も要求条件の厳しい顧客のために製品やサービスを改良すること(持続的イノベーション)を重視するため、その仕様はいくつかのセグメントのニーズを満たすものの、他のセグメントのニーズを無視することになる。破壊的な新規参入企業は最初、既存企業から見過されたセグメントに狙いを定め、よりふさわしい機能性を往々にして低価格で提供すること(破壊的イノベーション)により足場を築く。しかし、要求条件の厳しいセグメントから大きな利益を得ようとする既存企業は、概して本気で対抗しない。新規参入企業の製品やサービスを主要顧客が次々と購入するようになると、破壊的イノベーションが広がることになる。

問題Ⅱ.

本設問は、経営組織論の基本知識である「意思決定」に関する理解を問うものである。

志願者には、(1) 個人による意思決定と組織における意思決定の長所と短所を説明し、それらが裏表の関係であること、(2) 「プログラム化された意思決定」と「プログラム化されていない意思決定」との違い、(3) 組織の規模が大きくなるにつれて、意思決定に関する部門間のコンフリクトなどの制約が増すことの説明が求められる。

本設問への答案により、①経営組織論の基本概念に関する理解の正確性、②修士課程での学修に求められる論理的な思考の力量を評価できる。

Question I.

This question examines applicants' basic knowledge and logical skills

required in management. Applicants need to distinct the sustaining innovation and the disruptive innovation, and explain the logic of disruptive innovation process. Disruption describes a process whereby a smaller company with fewer resources is able to successfully challenge established incumbent businesses. Specifically, as incumbents focus on improving their products and services for their most demanding customers (sustaining innovation), they exceed the needs of some segments and ignore the needs of others. Entrants that prove disruptive begin by targeting those overlooked segments, gaining a foothold by delivering more-suitable functionality—frequently at a lower price (disruptive innovation). Incumbents, chasing higher profitability in more-demanding segments, tend not to respond vigorously. When mainstream customers start adopting the entrants' offerings in volume, disruptive innovation diffuses.

Question II.

This question aims to assess understanding whether applicants have the basic knowledge of the decision making in organization theory.

Applicants need to explain (1) the advantages and disadvantages of individual decision making and organizational decision making, and that they are reversed, (2) the difference between “programmed decisions” and “non-programmed decisions,” and (3) the larger the size of organization, the more constraints such as conflicts among departments on decision making increase.

The way applicants answer this question reveals both their understanding of the key concept in organization theory and their qualifications of logical and reasonable thinking skills.